

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ БУДІВНИЦТВА ТА АРХІТЕКТУРИ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Корнійчук Тетяна Сергіївна

УДК 624.042.12


ДИСЕРТАЦІЯ
ДИНАМІКА СТАЛЕФІБРОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ

Спеціальність 192 – Будівництво та цивільна інженерія

Галузь знань 19 – Архітектура та будівництво

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело


_____ Т.С. Корнійчук

Науковий керівник – Сур'янінов Микола Георгійович, доктор технічних наук, професор

Одеса – 2021

АНОТАЦІЯ

Корнійчук Т. С. Динаміка сталевібробетонних конструкцій. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 192 – Будівництво та цивільна інженерія. – Одеська державна академія будівництва та архітектури, Одеса. 2021.

Дисертація присвячена вирішенню актуальної проблеми — дослідженню основних динамічних властивостей залізобетонних та сталевібробетонних конструкцій у формі балок і плит.

У вступі обґрунтовано вибір теми дослідження, її актуальність, показаний зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами, сформульовані мета та задачі досліджень, наведені положення наукової новизни та практичного значення отриманих результатів.

Підкреслюється, що вивченню поведінки залізобетонних конструкцій при статичній дії зовнішніх навантажень присвячена велика кількість як теоретичних, так і експериментальних робіт вітчизняних і зарубіжних вчених. Питання динаміки балок, плит, як і інших залізобетонних конструкцій, висвітлені набагато гірше.

Такий стан, очевидно, пояснюється тим, що динамічні розрахунки залізобетонних конструкцій пов'язані з рішенням цілого комплексу питань: визначення параметрів динамічних навантажень; граничних станів і способів їх нормування; облік зміни характеристик міцності та деформативних характеристик бетону та арматури; визначення зусиль в конструкціях і ін.

У першому розділі роботи проаналізовано сучасний стан досліджень фізико-механічних властивостей бетону та фібробетону при динамічних впливах, методів розрахунку конструкцій з цих матеріалів при різних видах коливань. Поведінка будь-якого матеріалу, в тому числі і бетону при динамічних навантаженнях істотно відрізняється від його реакції на статичні впливи, точно також іншими будуть пружні і деформативні характеристики. Для їх визначення відомі певні види випробувань. Для бетону такі

випробування проводилися різними дослідниками, що стосується фібробетону, то тут навіть результати статичних випробувань характеризується великим розкидом значень, а даних по динамічним випробуванням зовсім мало.

Серед відомих до теперішнього часу методів динамічних випробувань найбільшого поширення набув метод Кольського та багато його модифікацій, що дозволяють випробовувати зразки в умовах розтягування, зсуву, комбінованого навантаження, зі зміною історії і швидкості деформації в процесі навантаження, при циклічних і знакозмінних навантаженнях. Багаточисельні експерименти показують більш високу ударну в'язкість фібробетону, що робить його привабливим для застосування в конструкціях, що працюють при ударних та імпульсних навантаженнях.

Перспективним виявляється метод Тейлора, який через простоту в реалізації знаходить широке застосування для визначення динамічних властивостей. Цей метод дає хороші результати при визначенні межі текучості для матеріалів, поведінка яких близько до ідеально-пластичній поведінки.

Дослідження конструкцій з бетону та, особливо, з фібробетону, що працюють при динамічних впливах, носять одиничний характер, і обмежуються локальними експериментами, або чисельним моделюванням без узагальнених висновків. Більш уваги приділяється дослідженню таких видів динамічних навантажень, як імпульсне, ударне та вибухове, але тут основним інструментом є сучасні скінчено-елементні програми.

Другий розділ присвячений теоретичним методам визначення частот і форм власних коливань балок і плит, що застосовуються в класичній динаміці.

При цьому підкреслюється, що стосовно конструкцій з бетону та фібробетону всі ці методи мають обмежений характер, тобто дозволяють вивчати коливання при початковому модулю пружності або при порівняно

невеликих навантаженнях на конструкцію, коли діаграму деформування матеріалу можна вважати лінійною.

Основне рівняння вільних коливань балок, особливості його розв'язання при різних граничних умовах. Наведені конкретні частотні рівняння, для яких отримані частоти і власні форми коливань з метою подальшого їх застосування для розглянутих в роботі конструкцій.

Додатково показано, що нижча частота коливань може розглядатися, як динамічний критерій жорсткості балок, а визначення максимального прогину в попередньо напруженій балці можливо за нижчою частотою коливань.

Далі розглянуто аналітичне визначення частот і форм коливань плит. Особлива увага приділяється прямокутній плиті постійної товщини, що шарнірно оперта по протилежним сторонам, бо цей дуже важливий в практичному відношенні випадок має аналітичне рішення, яке в подальшому буде застосовано у роботі. Для інших граничних умов пропонується вживати асимптотичний метод розрахунку плит.

У третьому розділі наведені результати аналітичних, експериментальних і комп'ютерних досліджень динаміки балок.

Спочатку були виконані випробування фібробетону на ударну в'язкість. План проведеного експерименту по визначенню ударної в'язкості включав два етапи. На першому етапі міцність і деформаційні характеристики бетону і сталеві фібробетону визначалися на бетонних призмах розмірами $100 \times 100 \times 400$ мм і кубах $100 \times 100 \times 100$ мм. На другому етапі були виготовлені зразки з бетону і сталеві фібробетону оптимального складу, проведені експерименти по визначенню статичної та динамічної міцності при вигині, а потім — випробування на ударну в'язкість на маятниковому копрі МК-30.

Наступним було експериментальне визначення власних частот і форм коливань залізобетонних та фібробетонних балок.

Для проведення експериментальних досліджень за участю автора розроблено випробувальний стенд MODAL-2, який пройшов необхідну верифікацію. Експериментально і аналітично (по формулам другого розділу

роботи) визначені власні частоти коливань залізобетонних і сталевібробетонних балок. Армування всіх балок стержневою арматурою було однаковим. Додатково частоти визначені із застосуванням чисельно-аналітичного методу граничних елементів. Визначено також частоти коливань з урахуванням нелінійної діаграми деформування бетону і фібробетону.

Наостаннє виконано комп'ютерне моделювання та скінчено-елементний модальний аналіз балок у чотирьох програмах – ЛІРА-САПР, SCAD, ANSYS і SOFiSTiK. Наведено порівняльний аналіз всіх отриманих даних.

У четвертому розділі розглядається динаміка залізобетонних і фібробетонних пустотних плит перекриття і аеродромних плит.

Серійні пустотні і аеродромні плити виготовлені на підприємстві ТОВ «Великодолинський завод ЗБК» у двох варіантах – звичайному та з додаванням сталевібробетону, а моделі плит виготовлені в лабораторії кафедри будівельної механіки, де й проведені всі випробування.

Визначені механічні характеристики використовуваних матеріалів. Розглянуто вільні коливання модельної пустотної плити у варіантах: бетонна та фібробетонна плита, шарнірно обперта по чотирьох сторонах та така ж плита, шарнірно обперта по двох коротких сторонах при вільних двох інших сторонах. Розглянуто серійні пустотні плити, шарнірно обперті по двох коротких сторонах при вільних двох інших сторонах.

Визначені власні частоти і форми коливань серійних аеродромних плит та їх моделей по двох схемах навантаження – в середині прольоту та на консолі. В усіх випадках частоти і форми власних коливань визначені аналітично, експериментально та шляхом комп'ютерного моделювання і скінчено-елементного аналізу у програмах SOFiSTiK і ANSYS. Наведено порівняльний аналіз всіх отриманих даних.

Випробування зразків фібробетону з різними відсотками дисперсного армування на ударну в'язкість (використовувалися три типи фібри — із

загнутими кінцями, хвильова й плющена) показали, що ударна в'язкість суттєво зростає при наявності фібри, але тип фібри не виявляє на неї практично ніякого впливу. Зразки, армовані зі змістом фібри 1,0 і 1,5 % незначно відрізняються по ударній в'язкості, що дає підставу рекомендувати 1,0 відсоток дисперсного армування за обсягом, як при статичних навантаженнях, так і при динамічних.

Аналіз результатів дослідження балок показав, що спектр частот, обчислений методом скінчених елементів, на 4 % нижчий, чим обчислений аналітично; результати розрахунку в SOFiSTiK на 2 % відрізняються від результатів, отриманих в ПК ЛПА; розбіжність з експериментальними даними досягає 20 %, причому, усі частоти, обчислені експериментально, більші частот, обчислених аналітично або методом скінчених елементів.

Аналіз результатів дослідження пустотних та аеродромних плит показав, що спектр частот, обчислений методом скінчених елементів, на 4 % нижчий, чим обчислений аналітично; результати розрахунку в SOFiSTiK на 2 % відрізняються від результатів, отриманих в ANSYS; розбіжність з експериментальними даними досягає 15 %, причому, усі частоти, обчислені експериментально, більші частот, обчислених аналітично або методом скінчених елементів.

У всіх проведених дослідженнях спектр частот фібробетонних конструкцій вищий, ніж у бетонних, що дає підставу рекомендувати фібробетон для виготовлення конструкцій, які будуть працювати в умовах динамічних впливів.

Ключові слова: бетон, фібробетон, динаміка, модальний аналіз, частота коливання, форма коливання, експеримент, метод скінчених елементів, SOFiSTiK, ANSYS.

SUMMARY

Korniichuk T. S. Dynamics of steel fiber concrete structures. – Qualifying scientific work on the rights of the manuscripts.

The dissertation on competition of a scientific degree of the doctor of philosophy on a specialty 192 – Construction and civil engineering. – Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture, Odessa, 2021.

The dissertation is devoted to the decision of an actual problem – to the study of the main dynamic properties of reinforced concrete and reinforced concrete structures in the form of beams and slabs.

In the introduction the choice of the research topic is substantiated, its urgency, the connection of work with scientific programs, plans, themes is shown, the purpose and tasks of researches are formulated, the provisions of scientific novelty and practical value of the received results are resulted.

It is emphasized that a large number of both theoretical and experimental works of domestic and foreign scientists are devoted to the study of the behavior of reinforced concrete structures under the static action of external loads. Issues of dynamics of beams, slabs, as well as other reinforced concrete structures, are covered much worse.

This state is obviously explained by the fact that the dynamic calculations of reinforced concrete structures are associated with the solution of a range of issues: determining the parameters of dynamic loads; limit states and methods of their rationing; accounting for changes in strength characteristics and deformable characteristics of concrete and reinforcement; determination of efforts in constructions, etc.

In the first section of the work the current state of research of physical and mechanical properties of concrete and fibro concrete under dynamic influences, methods of calculation of structures from these materials at different types of oscillations are analyzed. The behavior of any material, including concrete under dynamic loads is significantly different from its response to static effects, just as others will be elastic and deformable characteristics

To determine them, certain types of tests are known. For concrete, such tests were conducted by various researchers with regard to fiber concrete, then even the results of static tests are characterized by a large scatter of values, and data on dynamic tests are very small.

Among the hitherto known methods of dynamic testing, the method of Kolsky and many of its modifications have become the most widespread, allowing to test samples under tensile, shear, combined loading, with changing history and rate of deformation during loading, cyclic and alternating loads. Numerous experiments have shown higher impact strength of fiberglass, which makes it attractive for use in structures operating under shock and impulse loads.

The Taylor method is promising, which due to its ease of implementation is widely used to determine the dynamic properties. This method gives good results in determining the yield strength for materials whose behavior is close to the ideal plastic behavior.

Studies of structures made of concrete and, in particular, of fibro concrete, operating under dynamic influences, are isolated in nature and are limited to local experiments or numerical simulations without generalized conclusions. More attention is paid to the study of such types of dynamic loads as pulse, shock and explosive, but here the main tool is modern finite element programs.

The second section devoted to theoretical methods for determining the frequencies and shapes of natural oscillations of beams and slabs used in classical dynamics.

It is emphasized that with respect to concrete and fiber concrete structures, all these methods are limited, ie allow to study the oscillations at the initial modulus of elasticity or at relatively low loads on the structure, when the deformation diagram of the material can be considered linear.

The basic equation of free oscillations of beams, features of its solution under different boundary conditions. Specific frequency equations for which frequencies and natural forms of oscillations are received for the purpose of their further application for the designs considered in work are resulted.

Additionally, it is shown that the lower oscillation frequency can be considered as a dynamic criterion of beam stiffness, and the determination of the maximum deflection in the prestressed beam is possible by the lower oscillation frequency.

Next, we consider the analytical definition of frequencies and forms of oscillations of the plates. Particular attention is paid to a rectangular plate of constant thickness, which is hinged on opposite sides, because this very important case in practical terms has an analytical solution, which will be used in the future. For other boundary conditions, it is proposed to use the asymptotic method of plate calculation.

In the third section the results of analytical, experimental and computer researches of dynamics of beams are resulted.

Initially, tests of fiberglass for impact strength were performed. The plan of the experiment to determine the toughness included two stages. At the first stage, the strength and deformation characteristics of concrete and reinforced concrete were determined on concrete prisms $100 \times 100 \times 400$ mm and cubes $100 \times 100 \times 100$ mm. In the second stage, samples were made of concrete and reinforced concrete of optimal composition, experiments were performed to determine the static and dynamic bending strength, and then – tests for toughness on the pendulum copra MK-30.

The next was the experimental determination of natural frequencies and oscillation forms of reinforced concrete and fiber concrete beams.

A test bench was developed for experimental research with the participation of the author MODAL-2, which has passed the required verification. Experimentally and analytically (according to the formulas of the second section of the work) the natural frequencies of oscillations of reinforced concrete and reinforced concrete beams are determined. Reinforcement of all beams with rod reinforcement was the same. Additionally, the frequencies are determined using the numerical-analytical method of boundary elements. The oscillation frequencies

are also determined taking into account the nonlinear deformation diagram of concrete and fibro concrete.

Finally, computer modeling was performed and elemental modal analysis of beams in four programs was completed. – LIRA-SAPR, SCAD, ANSYS i SOFiSTiK. A comparative analysis of all obtained data is given.

In the fourth chapter the dynamics of reinforced concrete and fibro concrete hollow core slabs and aerodrome slabs is considered.

Serial hollow and airfield plates are made at the enterprise "Velikodolinsky plant ZBK" in two versions – ordinary and with the addition of steel fiber, and models of plates are made in the laboratory of the Department of Structural Mechanics, where all tests were conducted.

The mechanical characteristics of the used materials are determined. The free oscillations of the model hollow slab in the variants are considered: concrete and fibro concrete slab, hinged on four sides and the same slab, hinged on two short sides with two other free sides. Serial hollow slabs hinged on two short sides with two other free sides are considered.

The natural frequencies and forms of oscillations of serial aerodrome plates and their models are determined according to two load schemes – in the middle of the span and on the console. In all cases, the frequencies and forms of natural oscillations are determined analytically, experimentally and by computer modeling and finite element analysis in programs SOFiSTiK and ANSYS. A comparative analysis of all obtained data is given.

Tests of fiber concrete samples with different percentages of dispersed reinforcement on toughness (used three types of fiber - with curved ends, wave and flattened) showed that the toughness increases significantly in the presence of fiber, but the type of fiber has almost no effect on it . Samples reinforced with a fiber content of 1.0 and 1.5% differ slightly in toughness, which gives reason to recommend 1.0 percent dispersed reinforcement by volume, both under static and dynamic loads.

Analysis of the results of the study of beams showed that the frequency spectrum calculated by the finite element method is 4% lower than calculated analytically; the results of the calculation in SOFiSTiK differ by 2% from the results obtained in the PC LIRA; the discrepancy with the experimental data reaches 20%, and all frequencies calculated experimentally are greater than the frequencies calculated analytically or by the finite element method.

Analysis of the results of the study of hollow and aerodrome plates showed that the frequency spectrum calculated by the finite element method is 4% lower than calculated analytically; the results of the calculation in SOFiSTiK differ by 2% from the results obtained in ANSYS; the discrepancy with the experimental data reaches 15%, and all frequencies calculated experimentally are greater than the frequencies calculated analytically or by the finite element method.

In all studies, the frequency range of fiber concrete structures is higher than that of concrete, which gives reason to recommend fiber concrete for the manufacture of structures that will work under dynamic influences.

Keywords: concrete, fibro concrete, dynamics, modal analysis, oscillation frequency, oscillation shape, experiment, finite element method, SOFiSTiK, ANSYS.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ ТА ВІДОМОСТІ ПРО АПРОБАЦІЮ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати
дисертації:

Статті у наукових фахових виданнях України

1. Сурьянинов Н. Г., Маковкина Т. С. Экспериментальные исследования свободных колебаний железобетонных и фибробетонных балок. *Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури*, 2019. №74. С. 75–81. ISSN 2415-377X. doi: 10.31650/2415-377X-2019-74-75-81.

<http://visnyk-odaba.org.ua/archive74.html>

2. Surianinov M., Makovkina T., Chuchmai O. Experimental and computer researches of hollow-core slabs oscillations. *Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури*, 2020. №78. С. 63–70. ISSN 2415-377X. doi: 10.31650/2415-377X-2020-78-63-70.

<http://visnyk-odaba.org.ua/archive78.html>

3. Сурьянинов Н.Г., Маковкина Т.С. Аналитические и экспериментальные исследования свободных колебаний сталефибробетонных балок. *Міжвузівський збірник «Наукові Нотатки» Луцький національний технічний університет*, 2019. №66. С. 351–355. ISSN: 24-15-39-66.

https://eforum.lntu.edu.ua/index.php/naukovi_notatky/issue/view/37/43

4. Makovkina T. S., Surianinov M. H., Chuchmai O. M. Modal analysis of reinforced concrete and fiber concrete. *The scientific journal Mechanics and Mathematical Methods*, 2021. №1(3). С. 95–106. ISSN: 2618-0650.

<http://mmm-journal.com.ua/journals/5/8.pdf>

Статті у наукових періодичних виданнях інших держав

5. Surianinov N. G., Balduk P. G., Makovkina T. S. Fundamental solutions of the problem on orthotropic plates vibrations. *European Journal of Technical and Natural Sciences*, 2018. No. 2. P. 29–32. ISSN 2414-2352.

http://ppublishing.org/upload/iblock/ff7/EJT-2_2018.pdf

6. Сурьянинов Н. Г., Бажанова А. Ю., Маковкина Т. С. Свободные колебания ортотропных пластин. *Open Access Peer-reviewed Journal. Science Review*, March 2018. Vol. 2, No 3(10). P. 53-57. ISSN 2544–9346. DOI: 10.31435/rsglobal_sr.

<https://rsglobal.pl/index.php/sr/index>

7. Vyhnanets M., Neutov S., Surianinov M., Makovkina T. Experimental research on the mechanical properties of steel fiber concrete. *International Journal of Recent Scientific Research Research*, July 2020. Vol. 11. Issue, 07 (A). P. 39100–39104. ISSN 0976-3031. DOI: 10.24327/IJRSR.

<https://recentscientific.com/experimental-research-mechanical-properties-steel-fiber-concrete>

8. Surianinov M., Andronov V., Otrosh Y., Makovkina T., Vasiukov S. Concrete and Fiber Concrete Impact Strength. *Materials Science Forum this link is disabled*, 2020, Vol. 1006. P. 101–106. ISSN 1662-9752. (Index Scopus).

<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.1006.101>

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

9. Сурьянинов Н. Г., Маковкина Т. С. Вынужденные колебания связанных фибробетонных балок при их аппроксимации системой с двумя степенями свободы. *Актуальні проблеми інженерної механіки: тези доповідей V Міжнар. конф. Одеса, 2018. С. 153–154.*

10. Балдук П. Г., Сидорчук М. М., Маковкіна Т. С. Лабораторні та комп'ютерні дослідження сталеві фібробетонних балок. *74-я науково-технічна*

конференція професорсько–викладацького складу академії: тези доповідей. ОДАБА, 2018. С. 305. ISBN 978–617–7195–61–9.

11. Бажанова А. Ю., Маковкина Т. С., Чопенко С. В. Экспериментальные исследования свободных колебаний железобетонных и фибробетонных балок. VI Міжнародна конференція. *Актуальні проблеми інженерної механіки: тези доповідей.* Одеса, 2019. С. 29–30.

12. Неутов С. Ф., Корнеева И. Б., Выгнанец М. М., Маковкина Т. С. Экспериментальные исследования сталефибробетонных конструкций. VI Міжнародна конференція. *Актуальні проблеми інженерної механіки: тези доповідей.* Одеса, 2019. С. 147–149.

13. Сурьянинов Н. Г., Маковкина Т. С., Чучмай А. М. Экспериментальные и компьютерные исследования колебаний пустотных плит. VII Міжнародна конференція. *Актуальні проблеми інженерної механіки: тези доповідей.* Одеса, 2020. С. 230–232.

14. Сурьянинов Н. Г., Маковкина Т. С., Кириченко Д. А. Стенд для проведения модального анализа. Новые направления развития приборостроения. *13–я Міжнародна науково-технічна конференція молодих науковців та студентів: тези доповідей.* Мінськ, 2020. С. 276.

ЗМІСТ

АНОТАЦІЯ.....	2
ЗМІСТ.....	15
ВСТУП.....	18
РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД РОБІТ ЗА ТЕМОЮ ДОСЛІДЖЕННЯ.....	23
1.1. Динамічні випробування бетону та фібробетону.....	23
1.2. Динаміка залізобетонних конструкцій.....	34
1.3. Динаміка сталеві фібробетонних конструкцій.....	38
1.4. Імпульсне, ударне та вибухове навантаження.....	42
1.5. Коливання залізобетонних стрижнів.....	51
1.6. Висновки по розділу.....	54
РОЗДІЛ 2. ТЕОРЕТИЧНІ МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ ЧАСТОТ І ФОРМ КОЛИВАНЬ БАЛОК І ПЛИТ.....	55
2.1. Згинальні коливання балок при лінійної діаграмі деформування матеріалу.....	55
2.1.1. Основне рівняння вільних коливань.....	55
2.1.2. Граничні умови.....	58
2.1.3. Частотне рівняння і власні форми коливань.....	59
2.2. Динаміка залізобетонних та фібробетонних балок.....	61
2.2.1. Нижча частота коливань, як динамічний критерій жорсткості балок.....	61
2.2.2. Визначення максимального прогину в попередньо напруженій балці за нижчою частотою коливань.....	65
2.3. Аналітичне визначення частот і форм коливань плит.....	70
2.3.1. Рівняння руху плити постійної товщини.....	70
2.3.2. Прямокутна плита постійної товщини, шарнірно оперта по протилежним сторонам.....	72
2.3.3. Прямокутна плита постійної товщини, жорстко затиснена по	

протилежним сторонам.....	75
2.3.4. Асимптотичний метод розрахунку плит.....	77
2.4. Висновки по розділу.....	81
РОЗДІЛ 3. АНАЛІТИЧНІ, ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ І КОМП'ЮТЕРНІ	
ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ БАЛОК.....	
3.1. Випробування фібробетону на ударну в'язкість.....	82
3.1.1. Загальні положення.....	82
3.1.2. Експериментальні дослідження ударної в'язкості бетону і фібробетону.....	87
3.1.3. Математичне забезпечення проведених експериментальних досліджень.....	93
3.2. Експериментальне визначення власних частот і форм коливань залізобетонних та фібробетонних балок.....	94
3.3. Застосування чисельно-аналітичного методу граничних елементів.....	102
3.4. Комп'ютерне моделювання та скінчено-елементний модальний аналіз балок.....	106
3.4.1. Динамічні розрахунки в програмі ANSYS.....	107
3.4.2. Програмний комплекс SOFiSTiK.....	113
3.4.3. Результати моделювання та динамічних розрахунків балок у програмах ANSYS та SOFiSTiK.....	115
3.5. Аналітичне визначення частот коливань з урахуванням нелінійної діаграми деформування.....	119
3.6. Висновки по розділу.....	124
РОЗДІЛ 4. ДИНАМІКА ЗАЛІЗОБЕТОННИХ І ФІБРОБЕТОННИХ	
ПУСТОТНИХ ПЛИТ ПЕРЕКРИТТЯ І АЕРОДРОМНИХ ПЛИТ.....	
4.1. Моделі пустотних плит і механічні характеристики використовуваних матеріалів.....	127
4.2. Вільні коливання модельної пустотної плити.....	129

4.2.1. Бетонна плита, шарнірно обперта по чотирьох сторонах.....	129
4.2.2. Фібробетонна плита, шарнірно обперта по чотирьох сторонах.....	130
4.2.3. Бетонна плита, шарнірно обперта по двох коротких сторонах при вільних двох інших сторонах.....	131
4.2.4. Фібробетонна плита, шарнірно обперта по двох коротких сторонах при вільних двох інших сторонах.....	131
4.3. Вільні коливання серійних пустотних плит.....	132
4.3.1. Бетонна плита, шарнірно обперта по двох коротких сторонах при вільних двох інших сторонах.....	138
4.3.2. Фібробетонна плита, шарнірно обперта по двох коротких сторонах при вільних двох інших сторонах.....	138
4.4. Власні частоти і форми коливань аеродромних плит.....	139
4.4.1. Розрахунки моделей при початковому модулі пружності.....	140
4.4.2. Розрахунки серійних плит при початковому модулю пружності.....	145
4.5. Про коливання пустотних та аеродромних плит з урахуванням нелінійної діаграми деформування.....	146
4.6. Експериментальне визначення власних частот і форм коливань пустотних та аеродромних плит.....	147
4.6.1. Модельні та серійні пустотні плити.....	148
4.6.2. Аеродромні плити.....	152
4.7. Комп'ютерне моделювання та скінчено-елементний модальний аналіз пустотних плит. Порівняння результатів.....	154
4.8. Висновки по розділу.....	159
ВИСНОВКИ ПО РОБОТІ.....	160
ЛІТЕРАТУРА.....	162
Додатки.....	177
Додаток А.....	178
Додаток Б.....	182

ВСТУП

Обґрунтування вибору теми дослідження. Вивченню поведінки залізобетонних конструкцій при статичній дії зовнішніх навантажень присвячена велика кількість як теоретичних, так і експериментальних робіт вітчизняних і зарубіжних вчених. Питання динаміки балок, плит, втім, як і інших залізобетонних конструкцій, висвітлені набагато гірше.

Такий стан, очевидно, пояснюється тим, що динамічні розрахунки залізобетонних конструкцій пов'язані з рішенням цілого комплексу питань: визначення параметрів динамічних навантажень; граничних станів і способів їх нормування; облік зміни характеристик міцності та деформативних характеристик бетону та арматури; визначення зусиль в конструкціях та ін.

Істотний внесок в характер зміни динамічних параметрів залізобетонних конструкцій вносить характер армування. Цей факт добре відомий, але до сих пір не вивчений досконально ні кількісно, ні якісно.

Деякі автори стверджують, наприклад, що реальний внесок армування залізобетонних балок в кілька разів перевищує внесок, отриманий при розрахунках за існуючими теоретичними методиками. А вплив дисперсного армування, зокрема, сталеві фібри, на динамічні параметри вивчено і того менше. В Україні виготовляється фібробетон високої якості. Однак його застосування при виробництві аеродромних і дорожніх плит поки обмежене недостатнім обсягом досліджень. При вирішенні практично будь-якого завдання динаміки виникає необхідність у визначенні власних частот і форм коливань (або, як кажуть, модальному аналізу системи), що природно, оскільки ці параметри визначають поведінку системи і при інших видах динамічних впливів. Стосовно до конструкцій, виготовлених з матеріалів з лінійним характером деформування, вирішено багато практично важливих задач. Але динаміка конструкцій із залізобетону і фібробетону – матеріалів з нелінійною діаграмою деформування – вивчена очевидно недостатньо. Отже, дослідження в цьому напрямку є **актуальними**.

Зв'язок роботи із науковими програмами, планами, темами.

Роботу виконано в рамках держбюджетних теми Міністерства освіти і науки України «Аналітичні, експериментальні та комп'ютерні дослідження стрижневих систем, плит і оболонок з сталевібробетону» (номер державної реєстрації: 0121U111757) та «Моделювання і розрахунок конструкцій з використанням ANSYS, ЛІРА-САПР» (номер державної реєстрації: 0121U111777), що виконувалися в Одеській державній академії будівництва та архітектури.

Метою роботи є розробка методів розрахунку частот і форм власних коливань бетонних і фібробетонних балок і плит різного призначення та їх моделей.

Досягнення поставленої мети здійснюється на підставі вирішення **наступних завдань досліджень:**

- виконати випробування зразків фібробетону з різними відсотками дисперсного армування на ударну в'язкість;
- розробки спеціального стенду для експериментальних досліджень власних коливань та верифікація отриманих результатів для тих випадків, де можлива аналітична перевірка;
- розробки аналітичних методів дослідження власних коливань, коли цьому сприяють крайові умови;
- виготовити в лабораторних умовах зразки балок, пустотних та аеродромних плит в двох варіантах – бетонними та сталевібробетонними;
- виготовити в заводських умовах такі ж конструкції, але в серійному виконанні;
- провести в лабораторних умовах кафедри будівельної механіки ОДАБА модальний аналіз всіх виготовлених конструкцій;
- виконати комп'ютерне моделювання і чисельний аналіз усіх перелічених конструкцій методом скінчених елементів;
- здійснити порівняльний аналіз всіх отриманих теоретичних, експериментальних і комп'ютерних результатів;

- розробки пропозицій відносно доцільності застосування тих або інших методів проведення модального аналізу бетонних та фібробетонних балок і плит.

- виконати апробацію отриманих результатів.

Об'єкт досліджень – вільні коливання бетонних і фібробетонних балок, пустотних та аеродромних плит.

Предмет досліджень – власні частоти і форми коливань, вплив фібробетону на спектр власних частот означених конструкцій.

Методи досліджень: емпіричні – проведення експериментальних досліджень залізобетонних і фібробетонних балок прямокутного перерізу, багатопустотних та аеродромних плит при власних коливаннях; аналіз та статистична обробка отриманих результатів; аналітичні методи визначення власних частот; комп'ютерне моделювання та чисельний аналіз методом скінчених елементів.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в наступному:

вперше:

- в лабораторних умовах під час проведення експериментальних досліджень отримані нові дані щодо власних частот і форм коливань фібробетонних балок прямокутного перерізу;

- в лабораторних умовах під час проведення експериментальних досліджень отримані нові дані щодо власних частот і форм коливань багатопустотних плит перекриття з фібробетону;

- в лабораторних умовах під час проведення експериментальних досліджень отримані нові дані щодо власних частот і форм коливань аеродромних плит з фібробетону при обох схемах навантаження відповідно до діючих норм;

- доведено, що у всіх розглянутих конструкцій спектр частот був вищий, якщо вони виготовлені з фібробетону;

удосконалено:

- методику випробувань бетону і фібробетону на ударну в'язкість із застосуванням копрів маятникового типу;
- методику розрахунку бетонних і фібробетонних плит різного призначення на власні коливання;

отримали подальший розвиток:

- методи комп'ютерного моделювання бетонних і фібробетонних плит різного призначення та їх розрахунок на власні коливання у кількох провідних вітчизняних та закордонних програмних комплексах.

Практичне значення результатів роботи. Результати експериментально-теоретичних і комп'ютерних досліджень дали можливість отримати базу знань щодо важливішого виду коливань (які визначають поведінку конструкції при всіх інших динамічних впливах) таких конструкцій, як залізобетонні та фібробетонні балки, багатопустотні та аеродромні плити.

Результати, отримані в дисертаційній роботі, в вигляді аналітичних, експериментальних та чисельних методів виконання модального аналізу в динамічних системах з бетону та фібробетону, впроваджені в конструкторську практику ТОВ «Екобуд» м. Одеси, а також в навчальний процес в Одеській державній академії будівництва та архітектури при підготовці магістрів спеціальності "Будівництво та цивільна інженерія".

Особистий внесок здобувача. Представлені в дисертаційній роботі результати досліджень отримані автором самостійно. Особистий вклад полягає в наступному:

- розробка методики експериментальних випробувань, виготовлення дослідних зразків у лабораторії та авторський догляд за виготовленням серійних зразків у заводських умовах, проведення експериментальних досліджень;
- моделювання роботи експериментальних зразків в програмних комплексах;

- пошук, аналіз і обробка результатів проведених наукових досліджень за темою дисертації.

Апробація дисертаційної роботи. Основні положення дисертаційної роботи доповідались й обговорювались на наступних конференціях: Актуальні проблеми інженерної механіки: тези доповідей V Міжнар. конф. – Одеса: ОДАБА, 2018; 74–й науково–технічній конференції професорсько–викладацького складу академії. – Одеса: ОДАБА, 2018; VI Міжнародній конференції. Актуальні проблеми інженерної механіки: тези доповідей. – Одеса: ОДАБА, 2019; VII Міжнародній конференції. Актуальні проблеми інженерної механіки: Одеса: ОДАБА, 2020; 13–й Международная научно–техническая конференция молодых учёных и студентов: Минск: БНТУ, 2020.

Публікації. Основні положення дисертації опубліковані у 8 наукових працях, з яких 4 статті у фахових виданнях України (4 індексується наукометричною базою Index Copernicus), 4 статті у наукових періодичних виданнях інших держав (1 індексується у Scopus), 6 тез доповідей (1 тези доповідей у збірнику наукової конференції за кордоном).

Структура і обсяг роботи. Дисертація складається зі вступу, 4 розділів, загальних висновків, списку використаної літератури, додатків. Робота викладена на 184 сторінках, які включають 139 сторінок основного тексту, 30 таблиць, 38 рисунків, список використаних джерел із 138 найменувань на 15 сторінках, 2 додатків на 8 сторінках.

РОЗДІЛ 1

ОГЛЯД РОБІТ ПО ТЕМІ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Динамічні випробування бетону та фібробетону

Добре відомо, що поведінка будь-якого матеріалу, в тому числі і бетону при динамічних навантаженнях істотно відрізняється від його реакції на статичні впливи, точно також іншими будуть пружні і деформативні характеристики. Для їх визначення відомі певні види випробувань. Для бетону такі випробування проводилися різними дослідниками, і результати досить добре відображені в науковій літературі. Що стосується фібробетону, то тут навіть результати статичних випробувань характеризується великим розкидом значень, а даних по динамічним випробуванням зовсім мало.

Серед відомих до теперішнього часу методів динамічних випробувань найбільшого поширення набув метод Кольського [1] з використанням розрізного стержня Гопкінсона (РСГ) з огляду на його гарну теоретичну обґрунтованість і порівняно просту реалізацію. Ця методика дозволяє проводити випробування широкого кола матеріалів в діапазоні швидкостей деформації $(10^2 - 10^4) c^{-1}$. Запропоновано безліч модифікацій класичної схеми, що дозволяють випробовувати зразки в умовах розтягування, зсуву, комбінованого навантаження, зі зміною історії і швидкості деформації в процесі навантаження, при циклічних і знакозмінних навантаженнях.

Традиційно стержень Гопкінсона виконується з двох тонких довгих стержнів з високою межею текучості, між якими розташовується зразок малої довжини з досліджуваного матеріалу, причому, межа текучості мірних стержнів повинен бути вище межі текучості зразка. В одному зі стержнів збуджується одномірна пружна хвиля стиснення $\varepsilon^1(t)$, яка поширюється по стержнях зі швидкістю c . При проходженні через зразок ця хвиля, через різницю акустичних жорсткостей ρc матеріалів стержня і зразка, розщеплюється: частина її відбивається назад хвилею розтягування $\varepsilon^R(t)$, а

частина проходить через зразок у другій стержень хвилею стиснення $\varepsilon^T(t)$. Зразок при цьому зазнає пружно пластичну деформацію, в той час як стержні деформуються пружно. Амплітуди і форми імпульсів $\varepsilon^R(t)$ і $\varepsilon^T(t)$ визначаються співвідношенням акустичних жорсткостей матеріалів стержнів і зразка, а також реакцією матеріалу зразка на прикладене динамічне навантаження. Реєструючи тензодатчиками пружні імпульси деформації в мірних стержнях, за формулами, запропонованими Г. Кольським, можна визначити напруження, деформації і швидкості деформації в зразку як функції часу:

$$\sigma_n(t) = \frac{EA}{A_s^o} \varepsilon^T(t);, \quad (1.1)$$

$$\varepsilon_n(t) = -\frac{2c}{L_0} \int_0^t \varepsilon^R(t) dt; \quad (1.2)$$

$$\dot{\varepsilon}_n(t) = -\frac{2c}{L_0} \varepsilon^R(t). \quad (1.3)$$

У цих формулах E і A — відповідно модуль Юнга і площа поперечного перерізу мірних стержнів, A_s^o і L_0 — відповідно площа перерізу і довжина зразка. Після винятку з отриманих залежностей (1.1)-(1.3) часу як параметра будується діаграма деформування зразка $\sigma_n \sim \varepsilon_n$ з історією зміни швидкості деформації $\dot{\varepsilon}_n \sim \varepsilon_n$.

До теперішнього часу, крім основної схеми на стиск зразка, розроблені інші варіанти РСГ (розтягуючий, крутильний, двовісний та ін.). Також на основі цього методу розроблені схеми для визначення характеристик тріщиностійкості.

В роботі [2] бетонні конструкції можуть піддаватися інтенсивним навантаженням тиску, таким як удар снаряда або детонація поблизу бетонного конструктивного елемента. Щоб дослідити механічну поведінку бетону при високому обмежуючому тиску, були проведені динамічні випробування на стиснення з використанням пристрою Split Hopkinson

Pressure Bar великого діаметра (80мм). Бетонний зразок поміщається в сталеве обмежуюче кільце і стискається в осьовому напрямку. Під час випробувань досягається гідростатичний тиск до 800МПа і осьова деформація близько -10% . У даній роботі експерименти проводилися на двох типах бетону: мікро бетоні MB50 з максимальним розміром зерна 2мм і звичайному бетоні R30A7 з максимальним розміром зерна близько 8мм. Обидва бетони випробовуються в сухих або насичених умовах. Згідно з цими динамічними експериментами відзначено, що розмір зерна має невеликий вплив, тоді як вміст води впливає на поведінку бетону в замкнутому просторі.

В дослідженні [3] був розроблений високоміцний бетон (UHSCs) з міцністю на стиск 135МПа. Щоб визначити динамічну поведінку цього UHSC, зразки при трьох співвідношеннях висота/діаметр (приблизно 0.6, 1.0 і 1.2) були вилучені з підготовлених бетонних сумішей. Ці зразки бетону були випробувані для визначення динамічних характеристик стиснення розробленого бетону. У випробуваннях на квазістатичне стиснення використовувалися циліндричні зразки і звичайна машина для випробувань на стиск. Для вивчення динамічних характеристик стиснення використовувалася випробувальна установка Split Hopkinson Pressure Bar (SHPB). У цій випробувальній системі були експериментально оцінені тимчасові зміни міцності на стиск, деформації та швидкості деформації при одноосьовому навантаженні тиском, а процеси деформації і руйнування зразків були записані за допомогою високошвидкісної камери. Результати випробувань, засновані на випробуванні 21 різних зразків, показали, що значення динамічної міцності на стиск розробленого бетону варіювалися в діапазоні від 143 – 253МПа, а значення швидкості деформації — в діапазоні від $353c^{-1}$ до $1288c^{-1}$. Використовуючи дані, отримані в ході випробувань SHPB, були оцінені параметри, представлені в моделі бетонного матеріалу Джонсона-Холмквіста-Кука, яка використовується в численних дослідженнях поведінки бетонів при високій швидкості деформації.

В.И. Морозов, Ю.В. Пухаренко [4] привели результати досліджень ударостійкості фібробетону і рекомендації по його застосуванню при виготовленні монолітних конструкцій підлоги промислових будівель і забивних паль. Отримані дані дозволяють рекомендувати фібробетон для використання в конструкціях, що піддаються динамічним впливам. Показана ефективність реального впровадження фібробетону в практику будівництва на двох прикладах виготовлення і застосування монолітних і збірних конструкцій, що працюють при динамічних впливах, в тому числі для виготовлення підлог промислових будівель різного призначення і забивних паль підвищеної ударостійкості. Були проведені теоретичні та експериментальні дослідження системи фібробетонна плита — ґрунтова основа, розроблені принципові конструктивно-технологічні рішення плити підлоги з подальшим вибором найбільш раціональної конструкції.

В роботі [5] проведено експериментальне дослідження нового, перспективного будівельного матеріалу — фібробетону, розробленого і виготовленого в університеті м. Кардіффа (Англія). Випробуваний фібробетон являв собою дрібнозернистий бетон з введеними в його матрицю сталевими оцинкованими дротиками. Дослідження механічних властивостей цього матеріалу були виконані з використанням методу Кольського при швидкостях деформації $\sim 10^3 \text{ c}^{-1}$.

Для визначення динамічної в'язкості руйнування в [5] розроблена модифікація методу Кольського, заснована на руйнуванні за схемою триточкового згину в системі РСГ зразка балочного типу з концентратором посередині [6]. Зразок в цьому випадку розташовується між торцями мірних стержнів: навантажувального і двох опорних. У процесі випробування реєструються падаючий $\varepsilon^I(t)$ і відображений $\varepsilon^R(t)$ імпульси в навантажувальному стержні, а також два пройшли через зразок $\varepsilon^T(t)$ імпульсу в двох опорних стержнях. В результаті обробки цих імпульсів визначається залежність прогину зразка від часу:

$$\ell = C \int_0^t \left(\varepsilon^I(t) - \varepsilon^R(t) - \frac{\varepsilon_1^T(t) + \varepsilon_2^T(t)}{2} \right) dt, \quad (1.4)$$

де C — швидкість поширення пружних хвиль по стержнях.

Зусилля, що діють на зразок в процесі навантаження, обчислюються на підставі минулих імпульсів в обох опорних стержнях:

$$P(t) = EA(\varepsilon_1^T(t) + \varepsilon_2^T(t)) \quad (1.5)$$

Енергія руйнування (робота удару) KU дорівнює:

$$KU = \int_0^l P dl \quad (1.6)$$

В'язкість руйнування KCU визначається відповідно до [7] як відношення роботи удару KU до початкової площі поперечного перерізу зразка в місці концентратора:

$$KSU = \frac{KU}{BH_1} \quad (1.7)$$

Для випробувань на ударну в'язкість були виготовлені зразки у вигляді балок з наступними геометричними розмірами: $L \approx 66\text{мм}$, $H \approx 20\text{мм}$, $B \approx 11\text{мм}$, $H1 \approx 15\text{мм}$. Дані дослідження проводилися з метою визначення критичного навантаження, при якій в зразку утворюються і починають поширюватися тріщини. У зв'язку з цим потрібно підібрати таку енергію навантаження зразка, при якій тріщина в зразку утворилася, але його повного руйнування не відбувалося. Також досліджувався вплив величини прикладених зусиль (при різній тривалості навантажувального імпульсу) і швидкості їх зростання на величину роботи удару і ударної в'язкості. У випробуваннях варіювалася швидкість ударника, і використовувалися ударники, виготовлені з різних матеріалів і мають різну довжину. Унаслідок великої крихкості і малої в'язкості випробовуваного матеріалу при самих мінімальних (які можна реалізувати на наявній установці) амплітудах навантажувальних імпульсів різної тривалості (максимальне зусилля близько 2 кН) зароджувалася тріщина. При великих амплітудах навантажувальної

хвилі з'являлися значні прогини зразка, і відбувалося його руйнування на дві частини. З наведених даних видно, що при збільшенні величини і швидкості росту прикладеного навантаження зростає витрачена за цикл навантажувальна робота, причому робота удару і ударна в'язкість в залежності від максимального зусилля змінюється за законом, близькому до лінійного. Витрачена робота практично однакова при різній тривалості навантажувального імпульсу.

Витрачена робота за цикл навантаження балочного зразка з U -подібним концентратором практично однакова при різній тривалості навантажувального імпульсу.

У [8] наведені величини коефіцієнта динамічного зміцнення, отримані при динамічних випробуваннях бетонних зразків стандартних розмірів з відсотком фібрового армування 2% , довжиною фібр — 80мм і діаметром — 0,8мм. Можна припустити, що на величину $k_{д.у.сфб}^P$ впливають динамічне зміцнення матеріалу фібр, підвищене внутрішнє тертя в СФБ і параметри профілю фібр, які збільшують верхню межу відношення $k_{д.у.сфб}^P / k_{д.у.б}^P$. Таким чином, СФБ при динамічному розтягуванні володіє підвищеним $k_{д.у.сфб}^P$ порівняно з $k_{д.у.б}^P$, а механізм підвищення величини $k_{д.у.сфб}^P$ порівняно з $k_{д.у.б}^P$ пояснюється роботою бетону в СФБ елементах не на розтягування, а на стиск і зріз, при цьому зі збільшенням міцності бетону величина $k_{д.у.сфб}^P$ падає незначно.

Сучасний стан методів випробування матеріалів різної фізичної природи при швидкостях деформації $10^2 - 10^4 c^{-1}$ викладений в [9]. Розглядаються найбільш обґрунтовані і поширені методи і експериментальні комплекси для їх реалізації, які використовуються в провідних лабораторіях, як у нас в країні, так і за кордоном. Аналізуються складності проведення динамічних експериментів і обробки одержуваних даних, пов'язані з неоднорідністю напружено-деформованого стану зразка, з впливом на

одержувані властивості інерційних сил і сил тертя. Представлений критичний аналіз таких відомих методів динамічних випробувань, як метод Тейлора, метод прямого удару, метод Кольського і його модифікації. Відзначається, що найбільш обґрунтованим і володіючи найбільшою різноманітністю випробувань (розтяг, стиск, кручення, зсув, тріщиностійкість та інше) є метод Кольського.

Метод Тейлора через простоту в реалізації знаходить широке застосування для визначення динамічних властивостей. Цей метод дає хороші результати при визначенні межі текучості для матеріалів, поведінка яких близько до ідеально-пластичній поведінки. У разі випробування матеріалів з хорошим зміцненням метод дає усереднені значення напружень перебігу. В даний час цей метод в основному використовується для верифікації рівнянь стану і моделей поведінки матеріалу на основі порівняння поточної форми зразка в процесі зіткнення і результатів чисельного розрахунку з використанням цих моделей. Як правило, для реєстрації формозміни зразка при зіткненні застосовується високошвидкісна кінозйомка.

Метод прямого удару має дві модифікації в залежності від способу формування навантаження: інерційний і хвильової. Основними вимірюваними параметрами в цьому методі є швидкість удару і зусилля в зразку, яке обчислюється за показаннями тензодатчиків, наклеєних на вимірному стержні-динамометрі.

Головним критерієм, що визначає поведінку бетону при динамічному навантаженні, служить коефіцієнт динамічного зміцнення, скорочено КДУ (в зарубіжній літературі Dynamic Increase Factor, скорочено DIF), тобто відношення міцності бетону при динамічному навантаженні до його статичної міцності.

Останнім часом збільшився інтерес до дослідження динамічної поведінки різноманітних фібробетонів, про що свідчить велика кількість робіт по цій темі. В роботі [10] відзначається, що збільшення відношення

статичної міцності на розтягнення до статичної міцності на стиск $R_p / P_{СЖ}$ зазвичай сприятливо позначається на динамічній міцності бетону. Це відношення можна підвищити, якщо застосувати волокнисте армування бетону, наприклад, азбестом або скловолоконом. Вплив віку на КДУ для сухого і водонасиченого бетону [10] волокон показали, що в цьому випадку КДУ збільшується на 8–12% при стисненні і на 20–30% при розтягуванні і зрізі.

Авторами [11] були проведені експерименти на стиск високоміцного бетону і фібробетону при швидкостях деформації $10–100с^{-1}$, використовуючи методику РСГ. Використовувалися три групи зразків: $C100V_0$, $C100V_2$, $C100V_3$, з об'ємною часткою сталеві фібри від 0% до 3% відповідно і статичної міцністю при стисканні у віці 28 днів $119,2МПа$, $138,2МПа$, і $154,3 МПа$ відповідно. В результаті проведених випробувань було відзначено, що при швидкості деформації менше критичної величини від $40с^{-1}$, динамічна міцність на стиск високоміцного бетону і фібробетону нижче його статичної міцності на стиск і повільно збільшується з ростом швидкості деформації. При додаванні в бетонну суміш сталеві фібри матеріал стає міцнішим і при швидкостях деформації від $40с^{-1}$ до $100с^{-1}$ міцність більше у зразків з великим вмістом сталевих волокон. Також автори відзначили, що при швидкостях деформації більше $40с^{-1}$ зразки з високоміцного фібробетону пошкоджені менше, ніж зразки без фібри при одній і тій же швидкості деформації.

У статті [12] описані результати випробувань зразків з високоміцного бетону і фібробетону з вмістом волокон 0,5–1%. В якості фібри застосовувалися прямолінійні сталеві, поліетиленові волокна і їх суміш. При швидкостях деформації $30–300с^{-1}$ використовувалася традиційна методика РСГ. Були зроблені висновки, що формули для КДУ (коефіцієнт динамічного зміцнення), рекомендовані ЕМКБ, добре описують результати випробувань високоміцного бетону, але показують завищені значення міцності для

фібробетону, при цьому перехідна швидкість деформації для фібробетону більше, ніж $30c^{-1}$.

$$KДУ = 1,58 - 0,35 \lg \tau + 0,07(\lg \tau)^2; \quad (1.8)$$

$$KДУ = 1,42 - 0,15 \lg \tau + 0,01(\lg \tau)^2, \quad (1.9)$$

При швидкостях деформації вище $30c^{-1}$ величина КДУ для бетону вище, ніж для фібробетону, а тип і зміст фібри істотно не змінює значення КДУ. На підставі проведених експериментів автори [12] запропонували змінену формулу для КДУ бетонів з урахуванням наявності або відсутності фібри.

$$KДУ = \frac{\sigma_d}{\sigma_s} = \left(\frac{\dot{\epsilon}_d}{\dot{\epsilon}_s} \right)^{1.026\alpha_s} \quad \text{для } \dot{\epsilon} \leq (30 + 23i)c^{-1}, \quad (1.10)$$

$$KДУ = \frac{\sigma_d}{\sigma_s} = \eta \left(\frac{\dot{\epsilon}_d}{\dot{\epsilon}_s} \right)^k \quad \text{для } \dot{\epsilon} > (30 + 23i)c^{-1} \quad (1.11)$$

Вплив типу і форми фібри на динамічну поведінку фібробетону на стиск досліджувався в [13]. Зразки для випробувань були виготовлені з однакової бетонної суміші з вмістом фібри 1%.

У дослідженні порівнювалися характеристики міцності і енергоємності (яка визначалася як площа під діаграмою напруга-деформація до руйнування) семи типів фібробетонів з додаванням наступних волокон: синтетичних, сталевих хвилястих, сталевих холоднокатаних, сталевих сплюснених, сталевих з загнутим кінцем і двох видів сталевих волокон спіральної форми. Випробування проводилися на копровій установці при швидкостях деформації до $\sim 10^2 c^{-1}$. Експерименти показали, що кращими властивостями володіє фібробетон з додавання сталевих волокон спіральної форми.

В роботі [14] описуються результати випробувань на розтяг будівельного розчину, армованого базальтовим волокном. Для отримання високих швидкостей деформації $50c^{-1}$ і $90c^{-1}$ використовувалася установка, яка реалізує модифіковану для "прямого" розтягування методику Кольського. В результаті випробувань було встановлено, що динамічна міцність і енергія

руйнування збільшуються при збільшенні швидкості деформації і швидкості росту напружень.

Значення ударної в'язкості в [15] визначалися різними стандартизованими і не стандартизованими методами на стандартизованих і не стандартизованих зразках різної форми і розмірів.

Ударна в'язкість, яка визначається на стандартизованих зразках балочках з U-подібним концентратором по методу Шарпі на маятниковому копрі по ASTM C1018-89 [16], або по ГОСТ 9454-78 [7] відповідала енергії, витраченої на руйнування зразка і віднесеної до площі його поперечного перерізу.

Значення ударної в'язкості за методом Шарпі в залежності від відсотка фібрового армування і виду фібри знаходяться в межах $10...30 \text{кДж} / \text{м}^2$.

Динамічні випробування ударом маятника проводили на стандартному маятниковому копрі *КМ – 30*.

При проведенні випробувань використовували такі пристосування і додаткове обладнання:

Для випробування на осьовий розтяг пластин були виготовлені забезпечені шарнірами Гука захоплення з стягуються болтами куточків, в які встановлені прокладки із армованої гуми, що забезпечують рівномірну передачу зусилля на зразок.

Для визначення адгезії по контакту "сталефібробетон-бетон" при випробуванні зразка керна для передачі на нього розтягуючого зусилля було виготовлено пристрій, що складається з циліндричного захоплення з шарнірами Гука і важільного пристосування, співвідношенням плечей 1:5 для зменшення зусилля, створюваного стандартної випробувальної машиною ГРМ 25 . Це ж пристосування використовували для випробувань на осьовий розтяг з контролем навантаження;

при випробуванні на осьовий стиск — були застосовані шарові шарніри, що дозволяють отримати ексцентриситет прикладення зусилля не більше 1% від поперечного перерізу зразка (ГОСТ 10180-2012) [17];

при випробуванні на розтяг при вигині використовували пристрої і пристосування по ГОСТ 10180-2012[17];

Випробування на не стандартизованих зразках проводили з урахуванням вимог нормативних документів:

стиснення і розтягнення — ГОСТ 10180-2012[17];

ударна в'язкість — ГОСТ 9454-78[7].

[18] Були проведені динамічні експерименти на триточковий згин балок з U-подібним вирізом на установках РСГ-20 і РСГ-60. Для випробувань на установці РСГ-20 балки мали такі геометричні розміри: $L=66$ мм, $H=20$ мм, $B=11$ мм, $H_1=15$ мм. Для випробувань на установці РСГ-60 геометричні розміри балок були такі: $L=200$ мм, $H=81$ мм, $B=43$ мм, $H_1=61$ мм. Випробування балок з різними геометричними розмірами і на установках з різними діаметрами мірних стержнів проводилися з метою дослідження впливу масштабного фактору на отримані значення ударної в'язкості фібробетону. При реалізації експериментів на установці РСГ-60 використовувалися спеціальні наконечники у вигляді клинів, які кріпилися до торців мірних стержнів за допомогою хомутів. Випробування на ударну в'язкість проводилися з метою визначення критичного навантаження, при якій в зразку утворюються і починають поширюватися тріщини. У зв'язку з цим потрібно підібрати таку енергію навантаження зразка, при якій тріщина в зразку утворилася, але його повного руйнування не відбувалося. Тому, щоб міняти амплітуду навантажувального імпульсу, в випробуваннях варіювалася швидкість ударника, а щоб міняти ще й тривалість навантажувального імпульсу при випробуваннях на установці РСГ-20 використовувалися ударники, виготовлені з різних матеріалів і мають різну довжину (алюмінієвий сплав Д16Т і вініпласт, довжиною 100 мм, 250 мм і 240 мм). Унаслідок великої крихкості і малої в'язкості випробовуваного матеріалу, при самих мінімальних, які можна реалізувати на наявних установках, амплітудах навантажувальних імпульсів різної тривалості зароджувалася

тріщина. При великих амплітудах навантажувальної хвилі з'являлися значні прогини зразка, і відбувалося його руйнування на дві частини.

Були проведені в [19] випробування динамічної міцності на розтягнення для бетону, армованого сталевією фіброю. На основі припущень про лінійно-пружної та одновимірної хвилі напруження були проведені випробування на викрашування стержнів, армованих сталевим волокном, з об'ємним співвідношенням волокон 0, 0,75% і 1,50%, відповідно, з використанням SHPB $\Phi 75$ мм, і була отримана динамічна міцність на розтягнення. Шляхом розрахунку сигналів напруження, записаних за допомогою тензодатчиків, наклеєних на зразок, з урахуванням дисперсії форми хвилі і згасання хвиль напруження, що проходять через бетонний матеріал. Результати показали, що на динамічну міцність на розтягнення впливають швидкість деформації і об'ємне співвідношення волокон. Тут було надано ефективний метод випробування динамічної міцності крихкого матеріалу на розрив. Посилений механізм сталевією фібри був проаналізований на основі техніки мікропереключення.

1.2. Динаміка залізобетонних конструкцій

В роботі [20] виконаний розрахунок залізобетонної арки в ґрунті на дію динамічного навантаження. Залізобетонні арки досить широко застосовуються в будівництві підземних споруд. Дослідження роботи залізобетонних арок під дією динамічних навантажень (вибухових, ударних, сейсмічних) дозволить підвищити ефективність проектування і застосування. Розв'язана задача про розрахунок залізобетонної арки в ґрунті на дію динамічного навантаження — хвилі стиснення. Рішення базується на чисельних методах вирішення диференціальних рівнянь в приватних похідних. Розроблено комп'ютерну програму, проведені розрахунки залізобетонної тришарнірної арки П-образного змінного поперечного перерізу. Розрахунки дозволили оцінити несучу здатність конструкції за допомогою критеріїв розрахункових граничних станів.

У статті [21] представлені результати експериментальних досліджень залізобетонних балок на опорах з різною жорсткістю при поперечному статичному і короткочасному динамічному навантаженні. Розглядається опір конструкцій на похилих перерізах при різному прольоті зрізу.

В роботі [22] наведені результати теоретичних досліджень обпертих по контуру залізобетонних плит на піддатливих опорах при короткочасному динамічному навантаженні. Виконані дослідження дозволяють оцінити ступінь впливу жорсткості піддатливих опор, стадії їх деформування, характеру розподілу жорсткостей по периметру плити і рівня деформацій м'яких опор в момент переходу в стадію пластичного деформування на роботу обпертих по контуру залізобетонних плит. За результатами виконаних розрахунків виявлено фізико-механічні параметрів опор, що дозволяють отримати максимальний ефект, пов'язаний зі зниженням параметрів напружено-деформованого стану конструкцій.

У [23] дається рішення задачі про міцність залізобетонних балок при дії поперечного і подовжнього динамічних навантаження. Виконані теоретичні дослідження напружено-деформованого стану в перерізі прямолінійної балочної конструкції, завантаженої поперечної рівномірно розподіленої динамічним навантаженням і подовжніми стискаючими силами. Динамічні навантаження змінюються в часі за заданими законами. При навантаженні можливо випереджальний вступ одного навантаження по відношенню до іншої. Конструкція здійснює коливання (подовжні і поперечні), які можуть супроводжуватися багаторазовою зміною знака деформацій.

Порівняння даних експериментів по визначенню частот власних коливань залізобетонних балок з тріщинами результатам розрахунку за методикою, розробленою на чисельно-аналітичному варіанті МГЕ із застосуванням діаграм деформації перетинів наведено в роботі [24], побудованих за допомогою СНиП 2.03.01-84 * [25] і за пропозиціями И.Е. Прокоповича [26].

Математичні моделі поведінки бетону та залізобетону в умовах ударно-хвильового навантаження запропоновано в роботі [27]. Верифікація моделей проведена шляхом порівняння даних математичного моделювання з результатами спеціально поставленого експерименту по ударній взаємодії сталевих стержнів з моделями бетонних і залізобетонних плит. Методом комп'ютерного моделювання досліджено процеси ударної взаємодії модельних снарядів, в тому числі що містять вибухову речовину, при різних кутах зустрічі з конструкціями з бетонних і залізобетонних плит (розділених піщаним ґрунтом, просторово-рознесених та інше), що імітують конструкції промислових об'єктів.

Математичну модель поведінки бетону в умовах ударно-хвильового навантаження представлено в [28]. В рамках даної моделі методом кінцевих елементів, модифікованим на рішення динамічних задач, в повній тривимірній постановці проведено рішення задачі щодо високошвидкісного удару сталевих стержня в дюралюмінієвої оболонці по конструкції, що представляє набір просторово-рознесених сталебетонних плит при різних швидкостях і кутах зустрічі.

Чисельно і експериментально в [29] досліджується руйнування залізобетонних колон і балок при імпульсному навантаженні. Поведінка бетону описується з урахуванням різних механічних і міцнісних характеристик матеріалу на розтягування і стиснення. Поведінка сталевих арматур моделюється упругопластическою середовищем. Чисельне моделювання проводиться методом кінцевих елементів в тривимірній постановці. Досліджено розвиток руйнування в залізобетонних конструкціях. Метою експериментальних досліджень шаруватих балок є визначення особливостей їх деформування, виявлення схем тріщиноутворення і руйнування залізобетонних елементів шаруватої структури в умовах короткочасного динамічного навантаження.

В роботі [30] перед знесенням старого залізобетонного моста були проведені статичні і динамічні випробування. Метою статичного тесту була

калібрування математичної моделі, використовуваної в структурному аналізі. Шляхом порівняння прогинів були оцінені утримуючі моменти на опорах. Ця переглянута математична модель використовувалася для розрахунку власних частот настилу моста, і результати досить добре порівнювалися з частотами, вимірюваними в ході динамічних випробувань. Дослідження демонструє важливість прийняття відповідних припущень про граничні умови в аналізі. Реалізація цих передбачуваних умов в прототипі є основним фактором, що впливає на точність прогнозованої поведінки настилу моста.

Стаття [31] описує експериментальне дослідження моносталних і поліпропіленових (ПП) фібробетонних балок. Основна мета цього дослідження — оцінити неушкоджені і пошкоджені залізобетонні балки, об'єднані моноволокнами, такими як сталеві і поліпропіленові волокна, в умовах вільних обмежень. У цій експериментальній роботі були відлиті і проаналізовані в цілому дев'ять з/б балок з метою вивчення динамічної поведінки, а також поведінки статичного навантаження для бетону, армованого сталевим волокном (SFRC) і бетону, армованого поліпропіленовим волокном (PPFRC). Пошкодження балок SFRC і PPFRC було отримано шляхом розтріскування бетону для однієї з балок в кожному наборі при випробуваннях на чотирьохточковий згин з різними процентними варіаціями рівнів пошкодження, такими як 50%, 70% і 90% максимального граничного навантаження. Основні значення власної частоти і демпфірування, отримані в результаті динамічних випробувань балок SFRC і PPFRC, порівнювалися з контрольною балкою RC на кожному рівні ушкодження, отримане в результаті статичних випробувань. Результати статичних експериментальних випробувань підкреслюють, що балка SFRC досягла вищого граничного навантаження в порівнянні з контрольною балкою RC.

1.3. Динаміка сталевібробетонних конструкцій

Мета роботи [32] полягає в удосконаленні методики розрахунку сталевібробетонних безнапірних водопропускних труб, виготовлених методом центрифугування, що враховує вплив динамічних дій і вид технології виготовлення труб. Завдяки високій ударній в'язкості, високими показниками при роботі в умовах складно-напруженого стану, тріщиностійкості і опору стирання сталевібробетону, його застосування найбільш доцільно і ефективно в конструкціях, що працюють в умовах, де утворення і розкриття тріщин пов'язане з умовою безаварійної експлуатації споруди.

Виконано в роботі [33] експериментальне дослідження міцності і деформативності сталевібробетону при стисненні і розтягуванні шляхом випробування сталевібробетонних призм і "вісімок". В результаті експериментальних досліджень отримані дійсні нелінійні діаграми деформування сталевібробетону при стисненні і розтягуванні. На основі нелінійної деформаційної моделі розроблений метод розрахунку міцності нормальних і похилих перерізів згинальних залізобетонних елементів з зонним армуванням сталевібробетону при статичному і короткочасному динамічному навантаженні. В результаті розрахунків отримані області опору по міцності для таких елементів.

Експериментальні дослідження залізобетонних елементів, що мають зонне армування зі сталевібробетону в стислій зоні перетину і міцну арматуру в розтягнутій зоні, при короткочасному динамічному згині поведені в [34]. Отримані нові експериментальні дані, що характеризують процес опору сталевібробетонних елементів зі змішаним армуванням, виявлено особливості деформування, тріщиноутворення і руйнування таких конструкцій при інтенсивному динамічному навантаженні. Сформульовані передумови і метод розрахунку згинальних сталевібробетонних конструкцій зі змішаним армуванням при короткочасному динамічному навантаженні.

У [35] наведені результати динамічних випробувань сталезалізобетонних мостів з прольотами великої, середньої і малої довжини. Проаналізовані отримані віброграми прогинів з урахуванням прояву дефектів проїзної частини, а також побудовані графіки залежності амплітуда - частота в залежності від розмірів дефектів. Отримані дані, здатні оцінити зміну динамічних характеристик прогонових будов залежно від довжини прольоту і наявності дефектів, включаючи виявлення резонансного стану.

В [36] було проведено експериментально-чисельне дослідження. Енергоємність різних фібробетонів впливу дисперсного армування сталевими і поліпропіленовими волокнами на міцність бетону. Бетонні зразки (РС) для випробувань були виготовлені з двох сумішей з водоцементного відношення (W/C) 0,36 і 0,46. Фібробетонні зразки були виготовлені з тих самих бетонних сумішей, об'ємна частка сталевих волокон із загнутим кінцем становила 0,5% і 1% (St), а об'ємна частка поліпропіленової фібри — 0,2%, 0,3% і 0,5% (PP). Ударні експерименти проводилися на копровій установці, при цьому реєструвалося кількість ударів до появи першої тріщини і повного руйнування зразка, а потім обчислювалася здатність до поглинання енергії. В результаті дослідження були зроблені висновки, що додавання фібри підвищує ударну міцність бетону, причому великим динамічним опором володіють сталєфібробетонні зразки.

В [37] описані результати випробувань на розтяг композиту High performance Fiber Reinforced Cement Composites (HPFRCC) на основі цементу, армованого сталевими волокнами прямолінійної форми (об'ємна частка 1,25%) при швидкостях деформації 0,1, 1, 150 і 300с⁻¹. Було відзначено, що величина коефіцієнта динамічного зміцнення (КДУ) випробуваного композиту відповідає значенням, обчисленим за емпіричними формулами для неармованого бетону, при швидкостях деформації до 0,1с⁻¹, а при більш високих швидкостях деформації спостерігається розбіжність між експериментально отриманими значеннями КДУ і розрахованими за формулами. В роботі [38] було проведено дослідження цього матеріалу при

розтягуванні при високих температурах до 600°C , а також проведено дослідження сталевібробетону (SFRC) з іншим складом і пропорціями компонентів. В якості фібри для SFRC застосовувалися сталеві волокна із загнутим кінцем. Було відзначено, що КДУ сталевібробетону SFRC менше, ніж у композиту HPFRCC (високоміцні цементні композити, армовані волокном) при швидкості навантаження $1,2 \text{ м / с}$, а також показано вплив температури на КДУ композиту HPFRCC. Крім того в даних роботах була визначена залежність роботи руйнування від швидкості деформації і температури.

Оцінити ефективність фібрового армування при динамічних впливах важко через великий розкид даних, обумовленого застосуванням методами випробувань. При оцінці результатів динамічних випробувань необхідно враховувати вплив на них швидкості прикладання навантаження, характеру її докладання (одноразове або багаторазове повторне), геометрії зразків, методики експерименту і обробки його даних. Недостатня повнота літературних даних дозволяють дати лише загальну оцінку, наведеної в них інформації.

Перспективність армованих волокном цементних композитів для застосування при динамічних навантаженнях пояснюється їх хорошим відгуком при статичному навантаженні [39]. Однак було проведено дуже мало досліджень, щоб з'ясувати, чи відповідає їхній хороший статичний відгук поліпшеному динамічному відгуку. Поточне розуміння динамічного відгуку та удароміцності цементних композитів, і особливо SFRC, дуже обмежена. В рамках проекту ACCIDENT було проведено експериментальне дослідження, спрямоване на сприяння розуміння поведінки бетону, армованого сталевіброю, при низьких і високих швидкостях зсуву. Досліджуваний матеріал являє собою залізобетон, що самоущільнюється, армований сталевіброю, з міцністю на стиск 70 МПа . Використовувалися гачковидні сталеві волокна довжиною 35 мм . Зміст волокна 50 кг/м^3 . Поведінку матеріалу було досліджено при високих

швидкостях зсуву (1,2 м/с) з використанням модифікованого стержня Гопкінсона (МНВ), і результати випробувань порівнювалися з результатами, отриманими в статичних випробуваннях. Порівняння статичних і динамічних випробувань виявило кілька важливих аспектів поведінки матеріалу при високих швидкостях зсуву.

В роботі [40] розглянуто динамічне напруження-деформація високоміцного бетону, армованого сталевим волокном. Додавання сталеві фібри в бетонну суміш дозволяє значно поліпшити інженерні властивості бетону. Механічна поведінка армованого сталеві фіброю високоефективного бетону з летючої золою (SFRHPFAC) вивчається в цій статті за допомогою випробувань на статичне стиснення і випробування на динамічний удар. Використовуються циліндричні і кубічні зразки з трьома об'ємними частками сталевих волокон з кінцевими крючками з об'ємною часткою 0,5%, 1,0% и 1,5% (39,25, 78,50 и 117,75 кг/м³) і аспектним ставленням 64. Потім ці зразки випробовуються на статичне стиснення і на динамічний вплив за допомогою розрізної планки тиску Гопкінсона (SHPV) при швидкості деформації 30 – 60с⁻¹. Результати показують, що режим руйнування бетону значно змінюється від крихкого до пластичного з додаванням сталеві фібри. Звичайний бетон може зруйнуватися при одиночному ударі з низькою швидкістю деформації, тоді як волокнистий бетон може протистояти удару при навантаженні з високою швидкістю деформації. Показано, що швидкість деформації дуже впливає на міцність бетону. Крім того, енергія ударної в'язкості пропорційна вмісту волокна як при статичному, так і при динамічному стискуванні.

Були проведені динамічні випробування каркасів із залізобетону, армованого сталевим волокном [41]. В Університеті Британської Колумбії були проведені динамічні випробування двох наборів паралельних одноповерхових двоповерхових бетонних плоских каркасів для оцінки ефективності використання бетону, армованого сталеві фіброю. Другий набір був змінений шляхом видалення значної кількості обмежуючих обручів

із області стику і додавання сталеві фібри в бетонну суміш. Модифіковані рами SFRC зберегли кращу цілісність з'єднань, ніж рами з традиційною деталізацією, з мінімальним відшаровуванням бетону навіть під час землетрусів великої сили. Аналіз даних випробувань також показав, що рамки SFRC поглинають більше енергії. Випробування ясно демонструють потенціал сталевих фібробетону в сейсмічному розрахунку бетонних конструкцій.

1.4. Імпульсне, ударне та вибухове навантаження

Багато уваги приділяється дослідженню таких видів динамічних навантажень, як імпульсне, ударне та вибухове. Так, одна з цілей проекту [42] — вивчити нелінійну реакцію залізобетонних конструкцій на ударне і вибухове навантаження. Дослідження проводиться на двох рівнях — матеріальному і структурному. На матеріальному рівні вивчається підвищення міцності трьох моделей матеріалів LS-DYNA, що піддаються високим швидкостям деформації. Досліджено вплив швидкості деформації та бокового інерційного утримання на підвищення міцності. Надані рекомендації щодо підвищення точності результатів майбутнього чисельного моделювання залізобетонних конструкцій, що піддаються навантаженням, які мають високі швидкості деформації. На структурному рівні розробляються діаграми тиск-імпульс для залізобетонних колон, що мають чотири конфігурації поперечного армування. Моделювання методом скінчених елементів в LS-DYNA використовується для аналізу конструкцій і розрахунку рівня пошкоджень для кожної події вибуху. Розроблені діаграми тиск-імпульс використовуються для вивчення впливу локалізації на зниження рівня пошкоджень при імпульсних, динамічних і квазістатичних умовах навантаження.

Протягом десятиліть, як підкреслюється в [43], в центрі уваги цивільного захисту перебували укриття цивільної оборони, щоб протистояти загрози війни і захищати цивільних осіб. В останні роки загальний фокус

часто зміщується в бік захисту конкретних об'єктів, які виконують важливі для суспільства функції. Прямі напади на цивільне населення також являють собою більш поширену загрозу сьогодні, ніж кілька років тому. Чисельне моделювання динамічних подій стало більш поширеним в останні роки і в значній мірі розглядається як доступний додаток до фізичних випробувань. Навіть в цьому випадку інструменти і методи оцінки структур за допомогою численних моделей у багатьох відношеннях не досліджені. Оскільки деякі явища до кінця не вивчені, важко визначити необхідні властивості цих чисельних моделей. Загальна мета дослідження, представленого в цій дисертації, полягає в тому, щоб додати свій внесок у вивчення конкретних конструкцій, схильних до екстремальних динамічних імпульсних впливів. Відшаровування в бетонних конструкціях було вивчено за допомогою чисельної моделі, щоб показати, як відколювання може розвиватися поступово під час немоного навантаження і розвантаження матеріалу, а не в результаті миттєвого руйнування при досягненні межі міцності на розтяг, як описано в літературі. Дослідження також показує, що основна модель руйнування бетону при розтягуванні має вирішальний вплив на результати і положення тріщин відколу. Досліджена реакція залізобетонних конструкцій на вибухові навантаження. Чисельні моделі були використані для оцінки числового відгуку жорстко опертої залізобетонної балки і плити з односторонньою опорою з комбінованої структурної моделі пошкоджень і пластичності для бетону CDPM2. Чисельний аналіз показує, що енергія руйнування під час руйнування при розтягуванні і то, як вибирається це значення, мають більший вплив на деформації конструкцій, ніж те, враховується чи ні залежність властивостей матеріалу від швидкості деформації. Було показано, що первісна структура тріщин при ударі впливала на остаточну структуру тріщин при максимальній деформації балок, а також, що ці тріщини схожі між різними бетонними сумішами з волокнами або без них.

У статті [44] розглядаються параметри повітряного струму і ґрунтових ударів для залізобетонних стінових панелей. У цьому дослідженні піковий тиск, час приходу фронту хвилі тиску, час наростання, час зменшення і тривалість фази позитивного тиску параметрів хронології повітряного вибуху, а також пікове прискорення частинок, час прибуття, тривалість ударної хвилі і тимчасова затримка між ударною хвилею і повітрям. Експериментально визначені приходи ударного тиску до конструкцій ударної хвилі від повітряного потоку. Між різними параметрами були встановлені емпіричні залежності. Типові значення, виміряні через різної ваги заряду, порівнювалися з результатами попередніх дослідників. Викладена методика може бути використана для оцінки реакції залізобетонних стін на вибух. Зроблено висновок про те, що для точного аналізу реакції конструкції і пошкодження конструкцій в результаті вибуху на прилеглий поверхні необхідно одночасно враховувати ударне навантаження від землі і тиск повітряної хвилі.

У статті [45] представлені результати комплексного експериментального і чисельного дослідження поведінки залізобетонних балок при імпульсному навантаженні. Досліджувані балки склалися з трьох шарів. Верхній і нижній шари були з фібробетону з об'ємною часткою вуглецевого волокна 0,2%. Середній шар — бетон з металевою арматурою. Методи: експериментальні дослідження проводилися з використанням копра. Падаючий вантаж вагою 450 кг був скинутий на балку з висоти 0,7 м. Автори виконали чисельні дослідження на основі методу скінченних елементів в повній динамічній тривимірній обстановці з використанням власного програмного пакета EFES з урахуванням фрагментації конструкції, утворення контактів і вільних поверхонь. Результати: При чисельному моделюванні арматурна сітка була чітко визначена. Автори досліджували зміну в часі напружено-деформованого стану та руйнування залізобетонних балок при короткочасному ударному навантаженні. Вони розробили алгоритм і процедуру розрахунку, які дозволили аналізувати і прогнозувати

поведінку реальних конструкцій в повному динамічному 3D-оточенні. Вони також запропонували модель поведінки бетону і фібробетону з урахуванням анізотропії, бімодульності щодо міцності, пластичних властивостей і відносин між міцністю і швидкістю деформації/тиском. Досліджено динаміку руйнування бетонних балок, армованих металевими стрижнями. Спостерігали гарні результати з експериментальними даними.

Стаття [46] присвячена експериментально-теоретичному дослідженню деформаційних процесів в залізобетонній конструкції, що представляє собою фрагмент збірно-монолітної будівлі в масштабі 1: 2. Аналізується поширення пружних хвиль, викликаних ударним впливом на різні частини конструкції. Наводяться результати чисельного моделювання поширення пружної хвилі по елементах конструкції. На основі даних математичного моделювання розроблені схеми експериментального дослідження конструкції, обрані параметри силового впливу і характеристики апаратури, яка реєструє деформаційний відгук. Наводяться дані фізичного експерименту по ударно-хвильовому впливу на конструкцію в режимі пружного деформування.

Аналіз залізобетонних елементів і попередньо напружених залізобетонних елементів при вибухових і ударних навантаженнях привертає увагу багатьох дослідників у зв'язку зі збільшенням кількості природних або техногенних небезпек, які потребують уваги [47]. Використовувані методи аналізу в основному засновані або на спрощених методах з єдиним ступенем свободи, або на дуже складних і складних гідрокодах. Хоча методи з єдиним ступенем свободи зазвичай використовуються проектувальниками з практичної точки зору, вони не здатні забезпечити детальні результати, такі як деформовані форми і карти тріщин. Крім того, оскільки вони вимагають спрощення конструкції до єдиної системи ступенів свободи, їх важко застосувати до складної геометрії. З іншого боку, гідрокоди долають обмеження, пов'язані зі спрощенням конструкції. Однак вони вимагають високо деталізованих моделей, які вимагають значного збільшення часу моделювання та обчислень. Більш того, точність аналізу вибухів і ударів за

допомогою гідрокодів в значній мірі залежить від вхідних параметрів матеріалу, які зазвичай не відомі. Таким чином, залишається потреба в точних, спрощених та надійних інструментах для аналізу армованого і попередньо напруженого бетону, що піддається вибуховим і ударним навантаженням. Було показано, що сімейство програм нелінійних скінченних елементів VecTor, що використовує метод розмазаних макроелементів обертовою тріщини, є точним в прогнозуванні відгуку критичних до зрушення структур в квазістатичних умовах. У цьому дослідженні два члена цього набору, VecTor3 і VecTor6, були адаптовані для аналізу вибухових і ударних впливів на залізобетонні конструкції і попередньо напружені бетонні конструкції в тривимірних і осесиметричних умовах відповідно. Результати, отримані в результаті моделювання, були близькі до експериментально спостережуваним. Крім того, була розроблена напіваналітична формула для прогнозу швидкості перфорації від удару ракети. Формула, заснована на модифікованій теорії поля стиснення, розглядає вплив поздовжньої і поперечної арматури в мішені інакше, ніж інші зазвичай використовуються емпіричні формули. Формула була підтверджена численними даними про ракетний удар, доступними в літературі, і була виявлена хороша точність.

У статті [48] поведінку кривизни залізобетонної колони при постійному осьовому навантаженні визначається з використанням методу скінченних елементів, а потім вводиться в модель з одним ступенем свободи, засновану на теорії Ейлера-Бернуллі. Використовуючи цю модель, оцінюється динамічний відгук колони при вибуховому навантаженні. Модель включає ефекти вторинних моментів, нелінійну поведінку матеріалу і вплив швидкості деформації на бетон і сталеві матеріали через розрахунок часу моделі. Результати, отримані за допомогою моделі для поперечного зміщення колони при вибуховому навантаженні, порівнюються з аналізом за допомогою програмного забезпечення OPENSEES скінчених елементів. Потім введений метод використовується для побудови діаграми тиск-імпульс

(P-I) колони з урахуванням наявності осьового стискаючого навантаження. За результатами представлена модель має прості та швидкі обчислення і точність прогнозів прийнятна.

Сучасні процедури моделювання, що використовуються для дослідження характеристик залізобетонних конструкцій при ударі, майже повністю обмежуються підходами гідрокода [49] (наприклад, LS-DYNA). Хоча такі процедури здатні забезпечити високо деталізовані уявлення залізобетонних конструкцій і елементів, вони часто мають обмежений успіх через те, що вони зазвичай використовують складні уявлення мікромоделювання розглянутої конструкції, що може бути дорогим при підготовці і розрахунках; часто вимагають великого опису властивостей матеріалу, які зазвичай невідомі, або калібрування за попередніми даними випробувань, і чимало комерційні програми показали недоліки в їх здатності адекватно фіксувати реакцію бетону з тріщинами, особливо з урахуванням крихкої поведінки при зсуві. В даній статті коротко викладається застосування альтернативної процедури моделювання для залізобетонних плит і конструкцій оболонки, схильних до вибухових і ударних навантажень. Використовувана програма нелінійних скінчених елементів використовує багатошаровий елемент з товстою оболонкою з конструктивним моделюванням із залізобетону, виконаним відповідно до формулюваннями моделі обуреного поля напружень, процедури розмазаної обертовою тріщини, яка, як було показано, здатна точно вловити поведінку критичного зсуву елементи в умовах звичайних статичних навантажень. Цей підхід відрізняється від того, який зазвичай використовується в гідрокодах, і призводить до порівняно простої побудови моделі і зниження витрат на обчислення. Програма використовується для моделювання реакції плитних елементів із залізобетону і сталевих фібробетону (SFRC) середнього масштабу, випробуваних на повторювані низькошвидкісних ударів великої маси. Використовуючи прості методи побудови сітки скінчених елементів і

зумовлені моделі поведінки матеріалу, можуть бути використані лише для базового введення даних користувачем.

Мета роботи [50] — розробка чисельних моделей і алгоритмів для вирішення динамічних контактних задач механіки деформованого твердого тіла, дослідження поведінки і властивостей перспективних матеріалів (в тому числі, анізотропних) і конструкцій при динамічних навантаженнях методами чисельного моделювання.

Робота [51] присвячена вивченню важливих і актуальних питань — дослідженню роботи попередньо напружених бетонних елементів і залізобетонних колон при імпульсивних динамічних навантаженнях.

В останні роки урядовими та неурядовими організаціями по всьому світу було проведено безліч досліджень, спрямованих на те, щоб краще зрозуміти вплив вибухових навантажень на конструкції, щоб краще спроектувати їх проти конкретних загроз [52]. Діаграма «тиск-імпульс» (P–I) — це найпростіший метод опису реакції конструкції на вибухове навантаження. Таким чином, в даній статті пропонується комплексний огляд діаграм P–I в залізобетонних конструкціях при вибухових навантаженнях. Показано вплив різних параметрів на діаграму P–I. Три основні методи побудови діаграми P–I для різних критеріїв пошкодження обговорюються в цьому дослідженні. Аналітичні методи легкі і прості у використанні, але мають обмеження за видами відмов і не підходять для складних геометричних і нестандартних імпульсних навантажень, які вони можуть вловлювати. Експериментальний метод — хороший спосіб вивчити реакцію конструкції на вибухові навантаження; проте це вимагає спеціальних і дорогих приладів, а також у багатьох випадках неможливо з міркувань безпеки і захисту навколишнього середовища. Незважаючи на те, що чисельні методи можуть включати складні особливості поведінки матеріалу, геометрії і граничних умов. Тому пропонується чисельний метод побудови діаграм P–I для нових елементів конструкції.

Механізм динамічної реакції та руйнування затиснутих тонких пластин з алюмінієвого сплаву, що піддаються підводному імпульсному навантаженню, досліджений за допомогою лабораторних експериментів і моделювання методом скінчених елементів [53]. У цьому дослідженні всебічно оцінюється вплив товщини пластини, імпульсного навантаження і взаємодії рідини і конструкції на режими руйнування затиснутих тонких алюмінієвих пластин. Експерименти по підводному вибуховому ударному навантаженню проводилися за допомогою підводного безконтактного вибухового тренажера з метою виявлення видів руйнування пластин-мішеней при навантаженнях різної інтенсивності. Кореляція тривимірного зображення у цифровому форматі застосовувалася для вимірювання деформації зразків в реальному часі протягом усієї імпульсної події. Залежно від інтенсивності навантаження режими руйнування тонких алюмінієвих пластин поділялися на три режими. Скануючи електронні мікрофотографії поверхонь зламу показують, що локальним механізмом руйнування було утворення шийки при розтягуванні у всіх випадках. Для прогнозування загальної динамічної поведінки пластин була прийнята калібрована модель FE. Результати показують, що товщина пластин не чинила суттєвого впливу на режими деформації. Крім того, шляхом комбінування результатів експерименту і моделювання були виявлені кількісні співвідношення товщини пластини, ефекту взаємодії рідини і конструкції і руйнування пластини, що зазнала підводного ударного навантаження. Результати, отримані в цьому дослідженні, можуть служити потенційним керівництвом для підвищення імпульсного опору підводної конструкції.

У [54] представлені результати впливу потужних імпульсних потоків іонів дейтерію та високотемпературної плазми на мало активовані аустенітні сталі різного складу. Розглянуті особливості пошкоджуваності матеріалів і структурних дефектів, що виникають на опроміненій поверхні, при різних режимах імпульсної обробки зразків, розташованих в катодній частини

установки PF–1000. Відзначено перспективи використання установок. Плазмовий фокус для іонно-плазмової обробки матеріалів з метою створення нових імпульсних технологій.

У [55] описані результати чисельного моделювання натурального експерименту низькочастотного імпульсного впливу на п'єзоелектричний генератор (ПЕГ) стекового типу для пристрою накопичення енергії. ПЕГ являє собою багатошаровий осі симетричний п'єзокерамічний пакет. Розроблена скінчено-елементна модель пристрою в ANSYS і проаналізована аналітична спрощена одномірна модель. Досліджена залежність вихідної напруги від величини активного навантаження при гармонійному і нестационарному механічному впливі на ПЕГ. Зіставлення експериментальних результатів і чисельного розрахунку показало їх хорошу збіжність, що дозволяє використовувати розроблені чисельні моделі для оптимізації конструкції ПЕГ при заданих частоті зовнішнього впливу і величині активного опору зовнішнього електричного ланцюга. Крім того, встановлено, що частотна залежність вихідної напруги ПЕГ осьового типу має складний характер, що залежить як від рівня стискаючого імпульсного навантаження і величини п'єзомодуля матеріалу чутливого елемента ПЕГ, так і від електричного опору навантаження.

Методика послідовності вибору раціональних параметрів вимірювально-обробного комплексу та обґрунтовані вимоги до технічних характеристик відео записуючого обладнання розроблені в [56]. На базі виготовленого вимірювально-обробного комплексу проведені експериментальні дослідження імпульсного впливу моделі на ґрунт в діапазоні її швидкостей удару від 0,56 м/с до 1,40 м/с.

В роботі [57] представлені результати чисельного моделювання руйнування захисної оболонки атомної станції (АС) при імпульсному впливі. Оболонка являє собою складну багатошарову сотову структуру, що складається з шарів бетону і фібробетону, скріплених зі сталевими фермами. Чисельне моделювання проводилося в тривимірній динамічній постановці з

використанням авторського алгоритму і програмного комплексу, в якому реалізовані алгоритми побудови сітки складних геометричних об'єктів і паралельних обчислень. Досліджено динаміку напружено-деформованого стану та руйнування конструкції.

У [58] представляються методи формування імпульсів для крихких матеріалів з розділеним тиском Гопкінсона, щоб отримати дані про напруження-деформації стиснення для стрижневого пристрою. Звичайний роздільний барний апарат Гопкінсона модифікується шляхом формування падаючого імпульсу таким чином, щоб зразки знаходилися в рівновазі динамічних напружень і мали майже постійну швидкість деформації протягом більшої частини часу випробування. Тонкий диск з відпаленого або твердої міді С 11000 поміщається на ударну поверхню падаючого стрижня для формування падаючого імпульсу. Після удару ударною планкою мідний диск пластично деформується і поширює імпульс в падаючій планці. Представляють аналітичну модель і дані, які показують, що широкий спектр падаючих імпульсів деформації може бути отриманий шляхом зміни геометрії мідних дисків, а також довжини і швидкості удару ударника. Прогнози моделі добре узгоджуються з вимірами. Крім того, представляють дані для оброблюваного стеклокерамічного матеріалу Масор, які показують, що формування імпульсів необхідно для досягнення рівноваги динамічних напружень і майже постійної швидкості деформації протягом більшої частини тривалості випробування.

1.5. Коливання залізобетонних стержнів

Відомо, що строгий облік різного роду нелінійних елементів вимагає використання динамічного методу оцінки сейсмостійкості. Такий підхід дозволяє детально стежити за зміною від кроку до кроку механічних параметрів, що описують поточний стан матеріалу, відповідно перебудовувати на кожному кроці матриці жорсткості елементів. Звичайно, що результати такого розрахунку можуть істотно залежати і від

максимального числа кроків, і від ступеня деталізації властивостей споруди при побудові його звичайно елементної моделі, і від коректності прийнятих для матеріалу нелінійних фізичних залежностей, і від способу опису сейсмічного впливу.

Однак, як зазначається в [59], в даний час проведення динамічного розрахунку в зазначеній постановці викликає серйозні труднощі через обмеження наявної інформації у вигляді дії і про роботу матеріалу за межами пружності. У зв'язку з цим динамічний розрахунок в повній постановці виконується в даний час лише при аналізі сейсмостійкості найбільш відповідальних об'єктів.

Рекомендований нормами [60], спектральний метод розрахунку сейсмостійкості заснований на уявленні про лінійне деформування споруди, в зв'язку з чим, безпосереднє застосування спектрального методу не дає можливості врахувати утворення і розвиток дефектів, що виникають при розрахунковому землетрусі. Для залізобетонних конструкцій такими дефектами можуть бути, наприклад, утворення тріщин, руйнування бетону стиснутої зони, пластичний перебіг арматури.

В роботі В.І. Гагіна [61] розглядалися випадкові коливання нелінійних систем з деградуючою жорсткістю і ідентифікація їх параметрів. Результати нелінійних ефектів використовуються для підвищення надійності, наприклад, сейсмостійких споруд з "що включаються зв'язками". Така нелінійна система забезпечує істотне збільшення несучої здатності споруди. Найбільш небезпечні режими експлуатації механічних систем є наслідком деградації основних характеристик систем: зміни коефіцієнта демпфірування, модуля пружності, втомних і гістерезисних явищ, проявів плинності. В роботі розглядалася задача нелінійних коливань одномасової нелінійної пружної системи з падаючою характеристикою.

Випадкові коливання нелінійних систем гістерезисного типу розглядалися Б.П. Макаровим, С.В. Тимофєєвим. Динамічна поведінка

будівельних конструкції при інтенсивних випадкових впливах, як правило, супроводжується явищем гістерезису.

Основою для формування динамічних моделей гістерезисних систем можуть служити елементи з пружно-пластичними характеристиками.

При цьому зміна закону зміни відновлювальної сили відбувається в момент, коли швидкість зсуву звертається в нуль, що відповідає появі локальних екстремумів. Цейтлін Б.В. [62] досліджував метод синтезу форм коливань підструктур: обчислювальні особливості, рекурентні і гібридні алгоритми. При розрахунку сейсмостійкості складних енергетичних споруд необхідно вирішувати завдання з дуже великою кількістю ступенів свободи. Одним з найбільш ефективних способів редукції рівнянь руху є використання методів синтезу форм коливань підструктур. Будується система базисних функцій, що дозволяє задовільно апроксимувати рішення. Врахування умов спільності переміщень і динамічної рівноваги на кордонах між підструктурами дозволяє сформулювати рівняння руху щодо модальних змінних, якими є невідомі коефіцієнти розкладання по базисних функціях. Кількість рівнянь рухів в цьому випадку дорівнює кількості базисних функцій у всіх підструктурах конструкції, що істотно менше кількості вузлових переміщень, щодо яких формуються стандартні рівняння руху методу скінченних елементів (МСЕ) в переміщеннях. Розглядалося використання методу для розрахунку коливань фундаментів під турбоагрегат. Використання співвідношень методу скінченних елементів в переміщеннях дозволяє записати рівняння руху кожної з підструктур.

При розрахунку вимушених гармонійних коливань з модулем загасання Релея може використовуватися і частотна незалежна модель Сорокіна.

Співвідношення пружних моментів, прогини і частоти власних коливань залізобетонної затисненої балки розглядалися Жарницьким В.І. і Івановим С.С. [63].

Залізобетонна балка, затиснена на одному кінці і шарнірно оперта на іншому; співвідношення пружних моментів, прогини і частоти власних коливань наведені в роботі Іванова С.С. [64].

Частота власних коливань балки, затисненої на одному кінці і шарнірно опертої на іншому, нелінійна залежить від співвідношення жорсткостей.

Рекомендації по призначенню коефіцієнтів умов роботи при розрахунку несучої здатності залізобетонних елементів на сейсмічні впливи вказані в роботі [65].

1.6. Висновки по розділу

Поведінка будь-якого матеріалу, в тому числі і бетону при динамічних навантаженнях істотно відрізняється від його реакції на статичні впливи, точно також іншими будуть пружні і деформативні характеристики. Для їх визначення відомі певні види випробувань. Для бетону такі випробування проводилися різними дослідниками, і результати досить добре відображені в науковій літературі. Що стосується фібробетону, то тут навіть результати статичних випробувань характеризується великим розкидом значень, а даних по динамічним випробуванням зовсім мало.

Серед відомих до теперішнього часу методів динамічних випробувань найбільшого поширення набув метод Кольського з використанням розрізного стержня Гопкінсона.

Результати досліджень ударостійкості фібробетону дозволяють рекомендувати фібробетон для використання в конструкціях, що піддаються динамічним впливам.

Результати досліджень конструкцій з фібробетону, і, навіть з бетону, носять дуже обмежений характер.

Найбільше уваги в роботах вчених приділяється дослідженню таких видів динамічних навантажень, як імпульсне, ударне та вибухове.

РОЗДІЛ 2

ТЕОРЕТИЧНІ МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ ЧАСТОТ І ФОРМ КОЛИВАНЬ БАЛОК І ПЛИТ

2.1. Згинальні коливання балок при лінійній діаграмі деформування матеріалу

2.1.1. Основне рівняння вільних коливань

З курсу опору матеріалів відомі диференціальні залежності при вигині балок [66]:

$$EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = M, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = q, \quad (2.2)$$

де EJ — жорсткість при згині; $y = y(x, t)$ — прогин; $M = M(x, t)$ — згинальний момент; q — інтенсивність розподіленого навантаження.

Об'єднуючи (2.1) та (2.2), отримаємо

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) = q. \quad (2.3)$$

В задачі про вільні коливання навантаженням для пружного скелета є розподілені сили інерції:

$$q = -m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2},$$

де m — інтенсивність маси балки (маса одиниці довжини), і рівняння (2.3) приймає вид

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0.$$

В окремому випадку постійного поперечного перерізу, коли $EJ = const$, $m = const$, маємо:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{EJ}{m} \cdot \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0. \quad (2.4)$$

Для вирішення рівняння (2.4) вважаємо, як і вище,

$$y = X(x) \cdot T(t). \quad (2.5)$$

Підставляючи (2.5) в (2.4), приходимо до рівняння:

$$\frac{\ddot{T}}{T} = -\frac{EJ}{m} \cdot \frac{X^{IV}}{X}.$$

Для тотожного виконання цієї рівності необхідно, щоб кожна з частин рівності була постійною. Позначаючи цю постійну через $-\omega^2$, отримаємо два рівняння:

$$\ddot{T} + \omega^2 T = 0, \quad (2.6)$$

$$X^{IV} - \frac{m\omega^2}{EJ} X = 0. \quad (2.7)$$

Перше рівняння вказує на те, що рух носить коливальний характер з частотою ω .

Друге рівняння визначає форму коливань. Рішення рівняння (2.7) містить чотири постійних і має вигляд

$$X = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx + C_3 \operatorname{sh} kx + C_4 \operatorname{ch} kx,$$

де

$$k = \sqrt[4]{\frac{m\omega^2}{EJ}}. \quad (2.8)$$

Зручно використовувати варіант запису спільного рішення, запропонований О.М. Криловим [67]:

$$X = C_1 S + C_2 T + C_3 U + C_4 V, \quad (2.9)$$

де

$$\begin{cases} S = \frac{1}{2}(ch kx + \cos kx); \\ T = \frac{1}{2}(sh kx + \sin kx); \\ U = \frac{1}{2}(ch kx - \cos kx); \\ V = \frac{1}{2}(sh kx - \sin kx), \end{cases} \quad (2.10)$$

являють собою функції О.М. Крилова.

Звернемо увагу на те, що $S=1$, $T=U=V=0$ при $x=0$. Функції S , T , U , V , пов'язані між собою в такий спосіб:

$$\begin{cases} S = \frac{1}{k} T'; \\ T = \frac{1}{k} U'; \\ U = \frac{1}{k} V'; \\ V = \frac{1}{k} S'. \end{cases} \quad (2.11)$$

Тому похідні вираження (2.9) записуються у вигляді

$$\begin{cases} X' = k(C_1 V + C_2 S + C_3 T + C_4 U); \\ X'' = k^2(C_1 U + C_2 V + C_3 S + C_4 T); \\ X''' = k^3(C_1 T + C_2 U + C_3 V + C_4 S). \end{cases} \quad (2.12)$$

У задачах розглянутого класу число власних частот ω_n нескінченно велико; кожній з них відповідає своя функція часу T_n і своя фундаментальна функція X_n . Загальне рішення вийде шляхом накладення приватних рішень виду (2.5)

$$y = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) T_n(t). \quad (2.13)$$

Для визначення власних частот і формул необхідно розглянути граничні умови.

2.1.2. Граничні умови

Для кожного кінця стержня можна вказати дві граничні умови.

Вільний кінець стержня (рис. 2.1, а). Нулю рівні поперечна сила $Q = EJX'''$ і згинальний момент $M = EJX''$. Тому граничні умови мають вигляд

$$X'' = 0; X''' = 0. \quad (2.14)$$

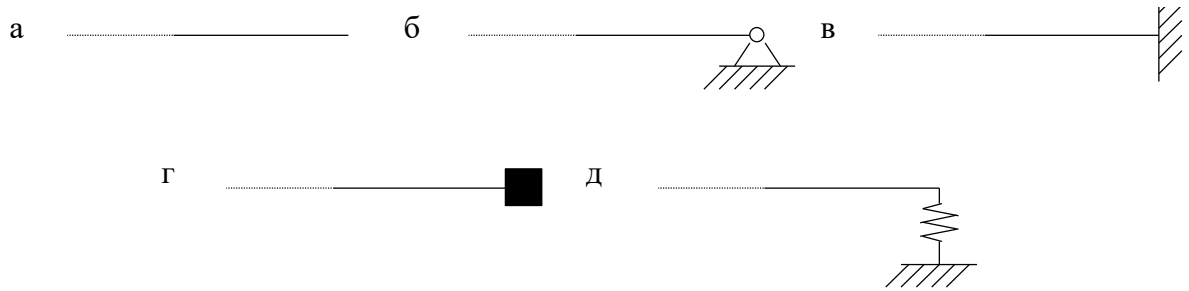


Рис. 2.1. Граничні умови

Шарнірно-обпертий кінець стержня (рис. 2.1, б).

Нулю рівні прогин $y = XT$ і згинальний момент $M = EJX''$. Отже, граничні умови такі:

$$X = 0; X'' = 0. \quad (2.15)$$

Защемлений кінець (рис. 2.1, в).

Нулю рівні прогин $y = XT$ і кут повороту $\phi = X'T$. Граничні умови:

$$X = 0; X' = 0. \quad (2.16)$$

На кінці стержня є точечний груз маси m_0 (рис. 2.1, г). Його сила інерції $-m_0\ddot{y} = -m_0X\ddot{T}$ може бути за допомогою рівняння (2.6) записана так: $m_0\omega^2 XT$; вона має дорівнюватиме поперечній силі $Q = EJX'''$, тому граничні умови приймають вид

$$m_0\omega^2 X = \pm EJX'''; X'' = 0. \quad (2.17)$$

У першій умові знак плюс приймається в разі, коли точечний груз пов'язаний з лівим кінцем стержня, і знак мінус, коли він пов'язаний з правим кінцем стержня. Друга умова впливає з відсутності згинального моменту.

Пружно-опертій кінець стержня (рис. 2.1, д). Тут згинальний момент дорівнює нулю, а поперечна сила $Q = EJX'''T$ дорівнює реакції опори $-C_0y = -C_0XT$ (C_0 — коефіцієнт жорсткості опори).

Граничні умови:

$$X'' = 0; \quad EJX''' = \pm C_0X, \quad (2.18)$$

(знак мінус приймається в разі, коли пружна опора є лівою, і знак плюс, коли вона є правою).

2.1.3. Частотне рівняння і власні форми коливань

Розгорнута запис граничних умов призводить до однорідних рівнянь відносно постійних C_1, C_2, C_3, C_4 .

Щоб ці постійні не дорівнювали нулю, повинен дорівнювати нулю визначник, складений з коефіцієнтів системи; це призводить до частотного рівняння. При цих операціях з'ясовуються співвідношення між C_1, C_2, C_3, C_4 , тобто визначаються власні форми коливань (з точністю до постійного множника).

Простежимо складання частотних рівнянь на прикладах.

Для балки з шарнірно–обпертими кінцями згідно (2.15) маємо наступні граничні умови: $X = 0; X'' = 0$ при $x = 0$; і $x = l$. За допомогою (2.9)-(2.12) отримаємо з перших двох умов: $C_1 = C_3 = 0$. Дві останні умови можна записати в вигляді

$$\begin{cases} C_2T(kl) + C_4U(kl) = 0; \\ C_2U(kl) + C_4T(kl) = 0. \end{cases}$$

Щоб C_2 і C_4 не були рівні нулю, необхідно рівність нулю визначника:

$$\begin{vmatrix} T(kl) & U(kl) \\ U(kl) & T(kl) \end{vmatrix} = 0.$$

Таким чином, частотне рівняння має вигляд

$$T^2(kl) - U^2(kl) = 0.$$

Підставляючи вираження T і U , отримаємо

$$shkl \cdot \sin kl = 0.$$

Так як $shkl \neq 0$, то остаточно частотне рівняння записується так:

$$\sin kl = 0. \quad (2.19)$$

Корні цього рівняння:

$$kl = \pi n, \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

З огляду на (2.8), отримаємо

$$\omega_n = \frac{\pi^2 n^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}}. \quad (2.20)$$

Перейдемо до визначення власних форм. Із записаних однорідних рівнянь випливає наступне співвідношення між постійними C_2 і C_4 :

$$C_4 = -\frac{U(kl)}{T(kl)} C_2.$$

Отже, (2.9) набуває вигляду

$$X_n = C_2 \left[T(k_n x) - \frac{U(k_n l)}{T(k_n l)} U(k_n x) \right],$$

або

$$X_n = \frac{C_2}{2T(k_n l)} (\sin(k_n x) sh(k_n x) + \sin(k_n l) sh(k_n l)).$$

Згідно (2.19), маємо

$$X_n = C_n \sin k_n x, \quad (2.21)$$

де $C_n = \frac{C_2 sh k_n l}{2T(k_n l)}$ — нова постійна, значення якої залишається невизначеним,

поки не введені в розгляд початкові умови.

2.2. Динаміка залізобетонних та фібробетонних балок

2.2.1. Нижча частота коливань, як динамічний критерій жорсткості балок

У роботі В.І. Коробка [68] встановлена закономірність про функціонального взаємозв'язку максимального прогину w_0 пружних балок, які перебувають під дією рівномірно розподіленого навантаження q , з їх основною (або резонансною) частотою коливань ω . Ця закономірність носить фундаментальний характер і формулюється так: добуток максимального прогину пружною однопрогоною балки постійного перетину з довільними граничними умовами (виключаючи консоль), навантаженої рівномірно розподіленим навантаженням q , на квадрат її основної (або резонансної) частоти коливань з точністю до розмірного коефіцієнта $\frac{q}{m}$, де m — погонна маса балки, ϵ величина постійна, рівна \sim

$$1,279 \sim \frac{4}{\pi} :$$

$$w_0 \omega^2 \approx \frac{4}{\pi} q / m. \quad (2.22)$$

Дані, що підтверджують цю закономірність [69], наведені в табл. 2.1.

Таблиця 2.1

Зіставлення добутку $w_0 \omega^2$ для однопрогонових балок

Схема балки	Основна частота, $\omega = \beta^2 \frac{1}{A} \sqrt{\frac{EI}{m}}$	Максимальний прогин, $w_0 = \alpha \frac{qA^2}{EI}$	Добуток $w_0 \omega^2 = \alpha \beta^4 \frac{q}{m}$	Відхилення, % від середнього значення
I	π^2	5/384	1,268	- 0,86
II	$(1,25\pi)^2$	1/185	1,285	0,48
III	$(1,5\pi)^2$	1/384	1,284	0,38
Середнє значення добутку $K = \alpha \beta^4$			1,279	

У наведених у таблиці формулах використані загальноприйняті в опорі матеріалів та будівельної механіки позначення. Схема I відповідає балкам з шарнірним обпиранням обох кінців; схема II — балках, один кінець якої шарнірно обпертий, а інший жорстко зацемлений; схема III — балках з обома жорстко затисненими кінцями.

Незначні відхилення добутку $w_0\omega^2$ для різних балок від середнього значення 1,2793 можна пояснити наближеністю результатів, пов'язаної з введеними в опорі матеріалів та будівельної механіки спрощувальними гіпотезами.

Якщо балка вигнута тільки під дією власної ваги $q = mg$, то за формулою (2.22) отримаємо:

$$w_0\omega^2 \approx 1,279g \approx \frac{4}{\pi}q. \quad (2.23)$$

В роботі [68] доказ закономірності по функціональному зв'язку максимального прогину балок з основною частотою коливань було отримано шляхом чисельного експерименту з використанням відомих рішень розглянутих задач (табл. 2.1). Можна отримати і теоретичне підтвердження цієї закономірності. Розглянемо таку можливість на прикладі балки з двома шарнірними опорами по кінцях.

Запишемо диференціальні рівняння поперечного вигину і вільних коливань балок [67]:

$$Elw^{IV}(x) = q(x),$$

$$Elw^{IV}(x) = m\omega^2 w(x).$$

Нехай балка навантажена рівномірно розподіленим навантаженням. Підставимо в диференціальні рівняння функцію прогинів балки у вигляді добутку максимального прогину на одиничну функцію $f(x)$:

$$w(x) = w_0 f(x),$$

і проведемо їх інтегрування на половині довжини балки (з огляду симетрії):

$$2w_0El \int_0^{l/2} f^{IV}(x) dx = ql, \quad El \int_0^{l/2} f^{IV}(x) dx = m\omega^2 \int_0^{l/2} f(x) dx,$$

$$w_0 = \frac{ql}{2El} \int_0^{l/2} f^{IV}(x) dx; \quad \omega^2 = \frac{El}{m} \int_0^{l/2} f^{IV}(x) dx \int_0^{l/2} f(x) dx.$$

Знайдемо добуток $w_0\omega^2$:

$$w_0\omega^2 = \frac{ql}{2m} \int_0^{l/2} f(x) dx. \quad (2.24)$$

Для шарнірно опертої балки функцію прогинів можна задати у вигляді залежності [70]:

$$w(x) = w_0 \cdot f(x) = \frac{5ql^4}{384El} \cdot \left(1 - \frac{24}{5} \frac{x^2}{l^2} + \frac{16}{5} \frac{x^4}{l^4} \right),$$

де

$$f(x) = 1 - \frac{24}{5} \frac{x^2}{l^2} + \frac{16}{5} \frac{x^4}{l^4}.$$

Підставляючи функцію $f(x)$ в вираз (2.24), після проведення необхідних перетворень отримаємо:

$$w_0\omega^2 < 1,5625q / m.$$

Цей результат підтверджує дані, представлені в табл. 2.1. Знак нерівності тут поставлений через представлення функції прогинів у вигляді однопараметричної залежності (2.23), що відповідає збільшенню жорсткості балки в порівнянні з системою з нескінченно великим числом ступенів свободи, якою і є розглянута балка.

Ще однією чудовою властивістю закономірності (2.22) є незалежність додатку $w_0\omega^2$ від довжини балки і її згинальної жорсткості. El . Ця властивість дозволяє використовувати зазначену закономірність для контролю жорсткості конструкцій балкового типу по основній або резонансній частоті коливань, встановленої експериментально, за частотою коливань еталонної конструкції або моделі. Численні винаходи з

використанням зазначеної закономірності були розроблені В.І. Коробко, Г.В. Слюсаревим і учнями професора В.І. Коробко [71-76]. В основу практично всіх зазначених винаходів покладено спосіб збудження в конструкціях або їх моделях поперечних коливань на власній або резонансній частотах, які використовувалися в якості критерію для оцінки максимального прогину реальних конструкцій.

Основний недолік способу збудження поперечних коливань, як це вже зазначалося, полягає в тому, що при їх використанні дефекти конструкцій, розташовані в приопорних зонах, не позначаються в повній мірі на динамічних параметрах контрольованої конструкції через малих амплітуд коливань.

Відомі спроби застосування вібраційного методу з використанням поперечних коливань для визначення величини попереднього напруження арматури в металевих і залізобетонних конструкціях із натягуванням арматури на їх торці. При цьому основна частота коливань виступає також як основний критерій для визначення величини попереднього напруження арматури. Експериментально це показано в дисертаційних роботах Красильникова Д.І. (2003) і Полякова В.І. (2004), однак строгого теоретичного доказу цієї можливості не отримано.

У докторській дисертації Г.В. Слюсарєва (2003) була поставлена проблема про розробку нетрадиційних методів вібраційного контролю якості залізобетонних конструкцій з використанням поздовжніх коливань звукового діапазону і нетрадиційних схем закріплення контрольованих конструкцій. При використанні поздовжніх коливань Г.В. Слюсарєвим були отримані експериментальні результати, що підтверджують зв'язок параметрів якості залізобетонних конструкцій (міцності, жорсткості і тріщиностійкості) з резонансною частотою поздовжніх коливань. Однак теоретичного доказу не було отримано також.

2.2.2. Визначення максимального прогину в попередньо напруженій балці за нижчою частотою коливань

Розглянемо задачу регулювання величини максимального прогину пружної балки постійної жорсткості, навантаженої рівномірно розподіленим навантаженням, за допомогою попереднього натягу арматури, розташованої внецентренно і паралельно центральній осі балки (рис. 2.2).

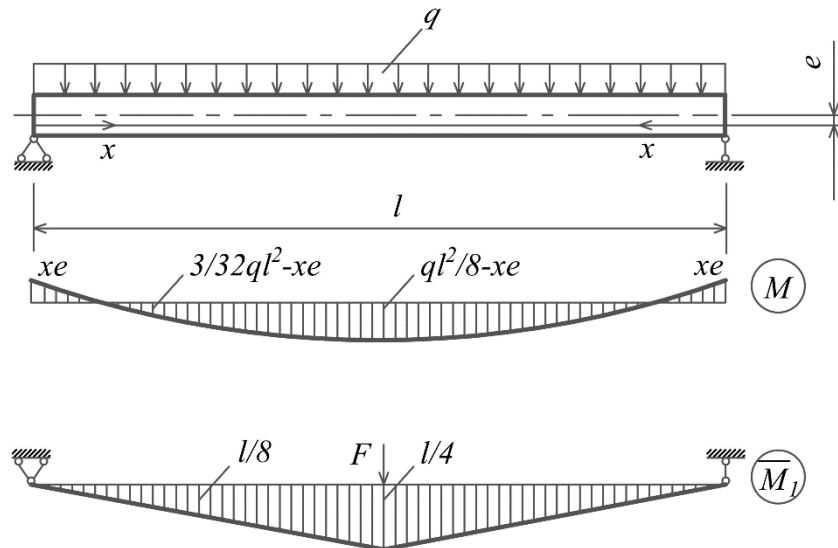


Рис. 2.2. Арматура, розташована внецентренно і паралельно центральній осі балки

Сумарний прогин такої балки $(w_0)_{\text{полн}}$ буде складатися з декількох складових: з прогину ненапруженої балки від дії рівномірно розподіленого навантаження w_0 , вигину балки від її попереднього напруження за допомогою напруженої арматури $(w_0)_{\text{виг}}$, прогину від самонапруження арматури при впливі зовнішнього навантаження $(w_0)_c$:

$$(w_0)_{\text{полн}} = w_0 - (w_0)_{\text{виг}} - (w_0)_c. \quad (2.25)$$

Величина повного зусилля в арматурі X буде складатися з зусилля попереднього напруження X_{II} і зусилля самонапруження: X_c :

$$X = X_{II} + X_c. \quad (2.26)$$

З урахуванням зусилля X згинальний момент в довільному перерізі балки можна виразити формулою

$$M = \frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2} - Xe.$$

Епюра M зображена на рис. 2.2.

Для визначення величини повного максимального прогину в балці $(w_0)_{\text{полн}}$ з урахуванням дії зовнішнього навантаження, зусиль попереднього напруження і самонапруження скористаємося методом Максвелла-Мора. Для цього докладемо в середині прольоту зосереджену силу $P=1$, побудуємо епюру \bar{M}_1 , (рис. 2.2). Перемножимо її з епюрою M , використовуючи формулу Симпсона, одержимо:

$$(w_0)_{\text{полн}} = 2 \frac{l/2}{6El} \left[4 \left(\frac{3ql^2}{32} - Xe \right) \frac{l}{8} + \left(\frac{ql^2}{8} - Xe \right) \frac{l}{4} \right] = \frac{l^2}{12El} \left(\frac{5ql^2}{32} - 1,5Xe \right) = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{El} \left(1 - 9,6 \frac{Xe}{ql^2} \right) = w_0 \left(1 - (X_{II} + X_c) \frac{9,6e}{ql^2} \right). \quad (2.27)$$

Якщо величина повного максимального прогину задана, то з цього виразу можна знайти зусилля X :

$$X = \left(\frac{5ql^2}{48} - \frac{8El[w_0]}{l^2} \right) / e. \quad (2.28)$$

Знайдемо зусилля самонапруження арматури X_c , використовуючи метод сил. Розрахункова схема напруженої балки і основна система представлені на рис. 2.3, де в якості невідомого прийнято зусилля X_c .

В основній системі побудуємо епюри згинальних моментів у вантажному M_F і одиничному станах, а також епюру поздовжніх сил в одиничному стані (рис. 2.3).

Знайдемо коефіцієнти канонічного рівняння методу сил

$$X_c \delta_{1l} + \Delta_{1F} = 0, \quad (2.29)$$

перемножуючи відповідні епюри M_F , \bar{M}_1 , \bar{N}_1 :

$$\delta_{1l} = (\delta_{1l})_{\bar{M}_1} + (\delta_{1l})_{\bar{N}_1} = \frac{l}{El} \left(e^2 + \frac{I}{A} + \frac{I}{A_a} \right),$$

$$\Delta_{lF} = -\frac{ql^3 e}{12EI}.$$

де A — площа поперечного перерізу балки; A_a — площа напруженої арматури.

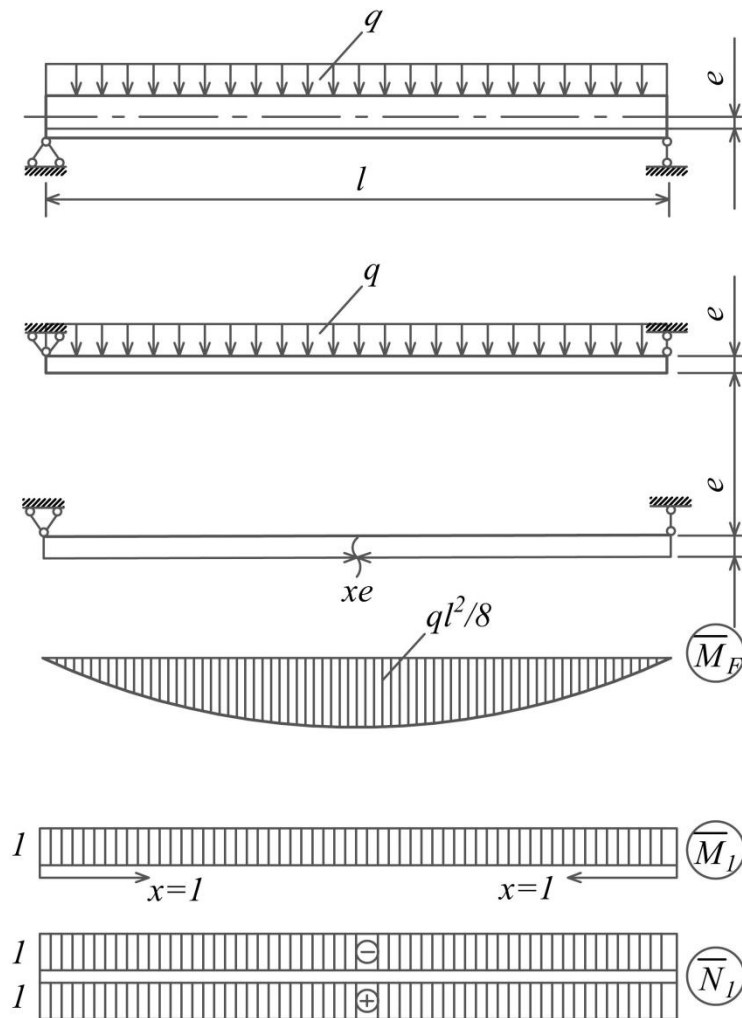


Рис. 2.3. Розрахункова схема і основна система

Підставимо ці коефіцієнти в рівняння (2.29), при цьому отримаємо:

$$X_c = \frac{ql^2 e}{12(e^2 + l/A + l/A_a)}. \quad (2.30)$$

Підставляючи вирази (2.28) і (2.30) в формулу (2.26) знайдемо:

$$X_{II} = ql \left[\frac{5l}{48e} - \frac{le}{12(e^2 + l/A + l/A_a)} - \frac{8EI[w_0]}{ql^3 e} \right]. \quad (2.31)$$

За допомогою цього виразу по заданому значенню максимального прогину $[w_0]$ можна визначати величину необхідного зусилля попереднього напруження арматури в балці.

Якщо конструкцію не напружують, то, підставивши в формулу (2.27) $X_{II} = 0$, а значення X_c з (2.30), знайдемо прогин балки від зовнішнього навантаження і зусилля самонапруження в арматурі $(w_0)_1 = w_0 - (w_0)_c$:

$$(w_0)_1 = w_0 - (w_0)_c = w_0 \left(1 - \frac{0,8}{1 + l / (Ae^2) + l / (A_a e^2)} \right). \quad (2.32)$$

Звідси прогин від зусилля самонапруження буде визначатися за формулою

$$(w_0)_0 = w_0 \frac{0,8}{1 + l / (Ae^2) + l / (A_a e^2)}.$$

Остаточно, замість виразу (2.27) запишемо:

$$(w_0)_{\text{полн}} = w_0 \left(1 - (X_{II} + X_c) \frac{9,6e}{ql^2} \right) = w_0 \left(1 - \frac{0,8}{1 + l / (Ae^2) + l / (A_a e^2)} - X_{II} \frac{9,6e}{ql^2} \right), \quad (2.33)$$

де

$$(w_0)_{\text{виг}} = w_0 X_{II} \frac{9,6e}{ql^2} \quad (2.34)$$

— прогин (вигин) балки від зусилля попереднього напруження арматури.

Оскільки вигин балки від зусилля попереднього напруження арматури виникає першим, а потім проводиться навантаження конструкції і вимір прогину від її нового положення, то корисно висловити максимальний прогин балки без вигину через основну частоту коливань. Для цього в вираз (2.32) підставимо значення w_0 , підраховане з (2.22):

$$(w_0)_1 = \frac{4}{\pi m \omega_0^2} \left(1 - \frac{0,8}{1 + l / (Ae^2) + l / (A_a e^2)} \right),$$

де ω_0 — основна частота коливань ненапруженої і ненагруженої балки.

За цією формулою можна визначити величину прогину $(w_0)_l$ по основній (або резонансній) частоті коливань балки в ненавантаженому стані, знайденої експериментально.

Основна частота коливань напруженої пружної балки в ненавантаженому стані ω_{0l} буде дуже близька до частоти коливань ненапруженої і ненавантаженої балки ($\omega_{0l} = \omega_0$), оскільки вільні коливання відбуваються на малих амплітудах і вплив самонапруження арматури на частоту коливань не встигає позначитися в повній мірі. Це дуже важливий динамічний ефект, особливо для залізобетонних конструкцій, які в попередньо напруженому стані працюють як цілком пружні конструкції, в той час як в ненапруженому стані на частоту вільних коливань можуть істотно позначитися упругопластичні деформації. В цьому випадку частоти можуть помітно відрізнитися один від одного ($\omega_{0l} > \omega_0$). Тому при контролі величини максимального прогину $(w_0)_l$ залізобетонних попередньо напружених балок по частоті коливань доцільно використовувати частоту коливань ω_{0l} .

При цьому

$$(w_0)_l = \frac{4}{\pi} \frac{q}{m} \frac{1}{\omega_{0l}^2} \left(1 - \frac{0,8}{1 + l / (Ae^2) + l / (A_a e^2)} \right). \quad (2.35)$$

Цікавим є визначення частоти коливань попереднього напруженої балки в навантаженому стані ω_1 . Для цього підставимо замість прогину частоту коливань, отриману з (2.23), а в праву — частоту коливань, отриману з (2.22):

$$\frac{4}{\pi} \frac{1}{\omega_1^2} \frac{q}{m + m_q} = \frac{4}{\pi} \frac{q}{m} \frac{1}{\omega_0^2} \left(1 - \frac{0,8}{1 + l / (Ae^2) + l / (A_a e^2)} \right),$$

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 \frac{m}{m + m_q} \left/ \left(1 - \frac{0,8}{1 + l / (Ae^2) + l / (A_a e^2)} \right) \right., \quad (2.36)$$

або

$$\omega_1^2 \approx \omega_{0l}^2 \frac{m}{m + m_q} \left/ \left(1 - \frac{0,8}{1 + l / (Ae^2) + l / (A_a e^2)} \right) \right. \quad (2.37)$$

де m_q — маса навантаження.

Слід зауважити, що ω_{0l} буде дещо більше ω_0 через арочний ефект, що виникає в напруженій балці, і тертя в опорних вузлах. У залізобетонних конструкціях цей ефект буде позначатися помітніше через вплив пластичних властивостей залізобетону, що знижують згинальну жорсткість конструкції.

2.3. Аналітичне визначення частот і форм коливань плит

Задача щодо визначення частот і форм власних коливань плит приводять до необхідності інтегрування диференціальних рівнянь в приватних похідних. Найбільш добре вивчені ті випадки, коли виявляється можливим поділ змінних. До них відносяться, зокрема, коливання прямокутної плити, шарнірно опертої по протилежним сторонам, зонтичні і віялові коливання круглих осесиметричних плит.

Якщо поділ змінних виявляється неможливим, то для розрахунку, в основному, використовують наближені і чисельні методи.

2.3.1. Рівняння руху плити постійної товщини

Розташуємо осі x та y в серединній площині плити, вісь z направимо по нормалі до цієї площини. Диференціальне рівняння статичного вигину плити постійної товщини h при малих переміщеннях має вигляд [67]

$$\nabla^2 \nabla^2 W = \frac{q(x, y)}{D},$$

де $\nabla^2 \nabla^2$ — бігармонічний оператор;

$$\nabla^2 \nabla^2 W = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right),$$

W — прогин;

$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ — циліндрична жорсткість;

$q(x, y)$ — інтенсивність нормального навантаження.

Додаючи до зовнішнього навантаження інтенсивність сил інерції,

$$q_1 = -\rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}, \quad (2.38)$$

де ρ — щільність матеріалу, отримаємо рівняння руху

$$\nabla^2 \nabla^2 W + \frac{12\rho(1-\mu^2)}{Eh^2} \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \frac{1}{D} q(x, y, t). \quad (2.39)$$

При вільних коливаннях навантаження $q(x, y, t) = 0$, і рішення рівняння (2.39) шукається у вигляді

$$W = W_a(x, y) \cos \omega t. \quad (2.40)$$

Підставляючи (2.40) в однорідне рівняння, відповідне (2.39), отримаємо для амплітудної функції $W_a(x, y)$ рівняння в частних похідних

$$\nabla^2 \nabla^2 W_a + \alpha^4 W_a = 0, \quad (2.41)$$

де $\alpha^4 = \omega^2 \frac{12\rho(1-\mu^2)}{Eh^2}$.

Рівняння (2.41) може бути представлено так:

$$(\nabla^2 - \alpha^2)(\nabla^2 + \alpha^2)W_a = 0,$$

звідки випливає, що рішеннями (2.41) є, зокрема, рішення більш простих рівнянь:

$$\begin{cases} (\nabla^2 - \alpha^2)W_a = 0, \\ (\nabla^2 + \alpha^2)W_a = 0, \end{cases} \quad (2.42)$$

чи

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 W_a}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_a}{\partial y^2} - \alpha^2 W_a = 0; \\ \frac{\partial^2 W_a}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W_a}{\partial y^2} + \alpha^2 W_a = 0. \end{cases} \quad (2.43)$$

З незліченної кількості рішень рівняння (2.41) повинні бути відібрані ті, які відповідають умовам закріплення країв плити. Ці умови будуть такими ж, як і при статичному вигині:

на жорстко закріпленому краю

$$W_a = 0; \quad \frac{\partial W_a}{\partial h} = 0,$$

на шарнірно опертому краю

$$W_a = 0; \quad M_n = 0,$$

на вільному краю

$$M_n = 0; \quad Q_n = 0,$$

де M_n и Q_n — амплітудний згинальний момент і наведена, поперечна сила на контурі.

Якщо плита віднесена до декартової системі координат x , y то M_n та Q_n визначаються формулами

$$M_n = -D \left[\left(\frac{\partial^2 W_a}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 W_a}{\partial y^2} \right) \cos^2 \theta + \left(\frac{\partial^2 W_a}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 W_a}{\partial x^2} \right) \sin^2 \theta + (1 - \mu) \frac{\partial^2 W_a}{\partial x \partial y} \sin 2\theta \right],$$

$$Q_n = -D \left\{ \frac{\partial^3 W_a}{\partial x^3} [1 + (1 - \mu) \sin^2 \theta] \cos \theta + \frac{\partial^3 W_a}{\partial x^2 \partial y} [2 - \mu - 3(1 - \mu) \cos^2 \theta] \sin \theta + \frac{1 - \mu}{\rho_0} \cdot \left[\left(\frac{\partial^2 W_a}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 W_a}{\partial x^2} \right) \cos 2\theta - 2 \frac{\partial^2 W_a}{\partial x \partial y} \sin 2\theta \right] \right\},$$

де θ — кут, утворений зовнішньою нормаллю до контуру з віссю x ;

ρ_0 — радіус кривизни контуру.

2.3.2. Прямокутна плита постійної товщини, шарнірно оперта по протилежним сторонам

Точне рішення задачі про визначення власних частот і форм коливань прямокутної плити може бути отримано, якщо дві протилежні її сторони

мають шарнірне опирання. При цьому закріплення двох інших сторін може бути довільним.

Нехай у прямокутній плити розмірами (a — розмір уздовж осі x ; b — уздовж осі y) шарнірно оперті края $y = 0$ та $y = b$.

Тоді вираз для амплітудних прогинів, що задовольняє умовам шарнірного опирання на цих краях, можна представити у вигляді

$$W(x, y) = f(x) \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Підставляючи цей вираз в (2.43), встановлюємо, що функція $f(x)$ повинна відповідати одній із двох рівнянь:

$$f''(x) - \alpha_1^2 f(x) = 0,$$

де

$$\alpha_1^2 = \alpha^2 + \frac{n^2 \pi^2}{b^2},$$

або

$$f''(x) + \alpha_2^2 f(x) = 0,$$

де

$$\alpha_2^2 = \alpha^2 - \frac{n^2 \pi^2}{b^2}.$$

Рішеннями цих рівнянь є вираження $ch\alpha_1 x, sh\alpha_1 x, \cos \alpha_2 x, \sin \alpha_2 x$.

Отже, загальний вираз для $W(x, y)$ приймає вид

$$W(x, y) = (C_1 ch\alpha_1 x + C_2 sh\alpha_1 x + C_3 \cos \alpha_2 x + C_4 \sin \alpha_2 x) \sin \frac{n\pi y}{b}.$$

Цей вислів має задовольняти граничним умовам при $x = 0$, $x = a$.

Якщо ці краї плити також шарнірно оперті, то повинно бути

$$W_{x=0} = 0; \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)_{x=0} = 0,$$

$$W_{x=a} = 0; \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)_{x=a} = 0.$$

З умов при $x=0$ знаходимо

$$C_1 = C_3 = 0.$$

Умови при $x=a$ приводять до рівнянь

$$\begin{cases} C_2 sh\alpha_1 a + C_4 \sin \alpha_2 a = 0, \\ C_2 \alpha_1^2 sh\alpha_1 a - C_4 \alpha_2^2 \sin \alpha_2 a = 0. \end{cases}$$

Прирівнюючи нулю визначник цієї системи рівнянь, отримаємо частотне рівняння

$$sh\alpha_1 a \sin \alpha_2 a = 0,$$

яке виконується при $\alpha_2 a = m\pi$ ($m=1, 2, \dots$).

Так як

$$\alpha_2^2 = \alpha^2 - \frac{n^2 \pi^2}{b^2},$$

то

$$\alpha^2 = \frac{m^2 \pi^2}{a^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2}.$$

Тоді власні частоти плити, шарнірно опертої по контуру, визначаються формулою

$$\omega_{m,n} = \alpha^2 \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho(1-\mu^2)}} = \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho(1-\mu^2)}}, \quad (2.44)$$

де

$$m, n = 1, 2, 3, \dots$$

Нижча частота ω_1 відповідає $m=n=1$, тобто коливань плити без вузлових ліній:

$$\omega_1 = \pi^2 \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2} \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho(1-\mu^2)}}.$$

Форма коливань визначається виразом

$$W = \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}. \quad (2.45)$$

Аналогічним чином проводиться розрахунок і при інших умовах закріплення меж $x = 0$, $x = a$.

2.3.3. Прямокутна плита постійної товщини, жорстко затиснена по протилежним сторонам

Рішення рівняння вільних коливань плити для розглянутого випадку наведено в [77]. Направимо вісь x вздовж довгої сторони плити, а вісь y — уздовж короткої (рис. 2.4).

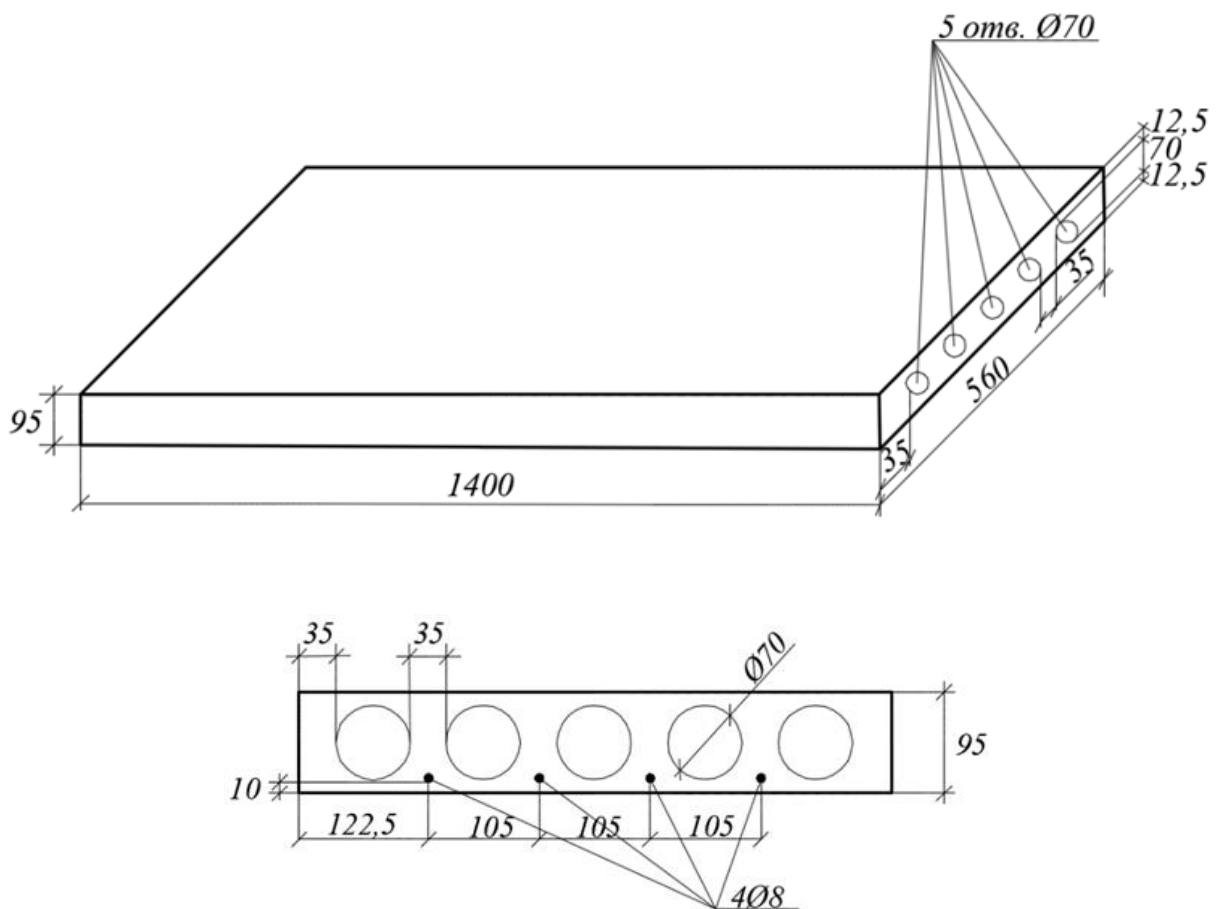


Рис. 2.4. Модель багатопустотної плити перекриття

Нехай дві протилежні сторони ($x = 0$ та $x = a = 1,4$ м) шарнірно обперті, а на двох інших задані однорідні крайові умови типу

$$L\omega = 0,$$

де L — оператор, в який входять лише парні (або непарні) похідні по x . Тоді власні форми коливань пластинки постійної товщини можна представити у вигляді

$$\omega = (C_1 sh \alpha y + C_2 ch \alpha y + C_3 \sin \beta y + C_4 \cos \beta y) \sin \frac{\pi m x}{a}. \quad (2.46)$$

Тут $m=1,2,\dots$ — число півхвиль в напрямку осі x ; C_{1-4} — постійні інтегрування, які визначаються з граничних умов при $y=0$, $y=b$; постійні α , β залежать від частоти коливань

$$\alpha = (k^2 + \omega_*^2)^{\frac{1}{2}}; \quad \beta = (\omega_*^2 + k^2)^{\frac{1}{2}}; \quad \omega_* = \omega \sqrt{\frac{\rho h}{D}}; \quad k = \frac{\pi m}{a}.$$

Позначимо: C — затиснений, S — обпертий, F — вільний край. Рівняння частот для різних комбінацій умов на краях $y=0$, $y=b$ будуть

$$\left\{ \begin{array}{l} S-S: \quad \sin \beta b = 0; \\ S-C: \quad th \alpha b - \frac{\alpha}{\beta} tg \beta b = 0; \\ S-F: \quad a_1 th \alpha b - b_1 \frac{\alpha}{\beta} tg \beta b = 0; \\ C-C: \quad \left(th \frac{\alpha b}{2} - \frac{\alpha}{\beta} tg \frac{\beta b}{2} \right) \cdot \left(ctg \frac{\alpha b}{2} + \frac{\alpha}{\beta} ctg \frac{\beta b}{2} \right) = 0; \\ C-F: \quad 2(1 + a_1 b_1) + (a_1 + b_1) ch \alpha b \cos \beta b + \left(a_1 \frac{\beta}{\alpha} - b_1 \frac{\alpha}{\beta} \right) sh \alpha b \sin \beta b = 0; \\ F-F: \quad \left(a_1 th \frac{\alpha b}{2} - b_1 \frac{\alpha}{\beta} tg \frac{\beta b}{2} \right) \left(a_1 cth \frac{\alpha b}{2} + b_1 \frac{\alpha}{\beta} ctg \frac{\beta b}{2} \right) = 0, \end{array} \right. \quad (2.47)$$

де

$$a_1 = \frac{\alpha^2 - \mu k^2}{\alpha^2 - (2 - \mu)k^2}; \quad b_1 = \frac{\beta^2 + \mu k^2}{\beta^2 + (2 - \mu)k^2}.$$

Значення безрозмірного параметра частоти p при різних граничних умовах наведені в табл. 2.2.

Частоти $p = \frac{\omega^2 b^6 \rho h}{\pi^4 D a^4}$ – це частоти прямокутної пластинки, обпертої по сторонах $x = 0$; $x = a$ ($S - S$) при різних умовах на сторонах $y = 0$; $y = b$.

Таблиця 2.2

Значення безрозмірного параметра частоти

$S - C$		$S - F$		$C - C$		$C - F$	
a/b	p	a/b	p	a/b	p	a/b	p
0,5	6,85	0,5	4,40	0,4	9,44	0,8	2,7
0,6	5,92	0,8	2,15	0,5	7,69	1,0	1,7
0,7	5,51	1,2	1,14	0,6	7,05	1,3	1,41
0,8	5,41	2,0	0,698	0,7	7,00	1,6	1,33
0,9	5,50	3,0	0,564	0,8	7,29	1,9	1,36
1,0	5,74	5,0	0,506	0,9	7,83	2,2	1,45

2.3.4. Асимптотичний метод розрахунку плит

Для прямокутної плити із закріпленням, відмінним від шарнірного опирання по протилежним сторонам, застосовують різні наближені методи. Розглянемо асимптотический метод.

У плитах, так само як і в балках, має місце динамічний крайовий ефект, який полягає в тому, що закріплення впливає на форму коливання тільки поблизу меж, а далеко від неї форма коливання визначається твором синусів типу рівняння (2.45). Завдяки цьому коливання можна уявити як суму функції типу (2.45) і швидко згасаючих з віддаленням від меж функцій, які дозволяють виконати граничні умови.

Розглянемо застосування цього методу на прикладі забитої по контуру прямокутної плити розмірами $a \times b$, у якій, як і раніше, розмір a відповідає осі x . Обмежимося розрахунком симетричних відносно осей x, y форм

коливань. У середній частині плити (початок координат розташовується в центрі ваги плити) приймаємо

$$W = W_0 = C_0 \cos \gamma_1 x \cos \gamma_2 y,$$

поблизу кордонів $x = \pm \frac{a}{2}$:

$$W = \cos \gamma_2 y [C_0 \cos \gamma_1 x + f(x)],$$

де $f(x)$ — швидко змінюється функція, що дозволяє задовольнити умовам закріплення.

Аналогічно поблизу кордонів $y = \pm \frac{b}{2}$:

$$W = \cos \gamma_1 x [C_0 \cos \gamma_2 y + \phi(y)].$$

Таким чином, загальний вираз для $W(x, y)$ має вид

$$W = C_0 \cos \gamma_1 x \cos \gamma_2 y + f(x) \cos \gamma_2 y + \phi(y) \cos \gamma_1 x. \quad (2.48)$$

У середній частині плити функції $f(x)$ і $\phi(y)$ малі, і тому перший член виразу (2.46) повинен задовольняти рівняння (2.41).

Звідси находимо

$$\alpha^2 = \gamma_1^2 + \gamma_2^2.$$

Поблизу меж $x = \pm \frac{a}{2}$ істотними є перший і другий члени виразу (2.48).

З огляду на, що перший член задовольняє рівняння (2.41), будемо вимагати, щоб і другий йому задовольняв:

$$\nabla^2 \nabla^2 [f(x) \cos \gamma_2 y] - \alpha^4 f(x) \cos \gamma_2 y = 0.$$

Виконуючи диференціювання, приходимо до рівняння:

$$f^{IV} - 2\gamma_2^2 f'' + (\gamma_2^4 - \alpha^4) f = 0,$$

яке розпадається на два рівняння:

$$f'' - (\gamma_2^2 + \alpha^2) f = 0,$$

$$f'' + (\alpha^2 - \gamma_2^2) f = 0.$$

Так як $\alpha^2 > \gamma_2^2$, то затухаючі рішення має тільки перше з цих рівнянь.

Рішення, загасаюче з віддаленням від сторони $x = -\frac{a}{2}$, має вигляд

$$f(x) = C_1 e^{-\alpha_1 \left(x + \frac{a}{2}\right)},$$

де

$$\alpha_1^2 = \alpha^2 + \gamma_2^2 = \gamma_1^2 + 2\gamma_2^2.$$

В силу симетрії поблизу сторони $x = \frac{a}{2}$:

$$f(x) = C_1 e^{-\alpha_1 \left(\frac{a}{2} - x\right)}.$$

Аналогічно поблизу сторони $y = -\frac{b}{2}$:

$$\varphi(y) = C_2 e^{-\alpha_2 \left(y + \frac{b}{2}\right)},$$

де

$$\alpha_2^2 = \alpha^2 + \gamma_1^2 = 2\gamma_1^2 + \gamma_2^2,$$

і поблизу сторони $y = \frac{b}{2}$:

$$\varphi(y) = C_2 e^{-\alpha_2 \left(\frac{b}{2} - y\right)}.$$

Розглянемо граничні умови при $x = -\frac{a}{2}$:

$$W = 0; \quad \frac{\partial W}{\partial x} = 0.$$

При обчисленні W і $\frac{\partial W}{\partial x}$ врахуємо, що практично вздовж усієї сторони

$x = -\frac{a}{2}$, за винятком околиць кутових точок, функція $\varphi(y)$ дорівнює нулю,

тому W визначається першими двома складовими вираженнями (2.48):

$$\begin{cases} W_{x=-\frac{a}{2}} \approx (C_0 \cos \frac{\gamma_1 a}{2} + C_1) \cos \gamma_2 y = 0; \\ \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)_{x=-\frac{a}{2}} = (C_0 \gamma_1 \sin \frac{\gamma_1 a}{2} - \alpha_1 C_1) \cos \gamma_2 y = 0. \end{cases}$$

Для одночасного виконання цих рівнянь необхідно, щоб визначник, складений з коефіцієнтів при C_0 і C_1 , дорівнював нулю, що приводять до рівняння:

$$\alpha_1 \cos \frac{\gamma_1 a}{2} + \gamma_1 \sin \frac{\gamma_1 a}{2} = 0. \quad (2.49)$$

Аналогічно умови при $y = \pm \frac{b}{2}$ приводять до рівняння:

$$\alpha_2 \cos \frac{\gamma_2 b}{2} + \gamma_2 \sin \frac{\gamma_2 b}{2} = 0. \quad (2.50)$$

Так як α_1, α_2 зв'язані з γ_1, γ_2 ($\alpha_1^2 = \gamma_1^2 + 2\gamma_2^2; \alpha_2^2 = 2\gamma_1^2 + \gamma_2^2$), то трансцендентні рівняння (2.49) і (2.50) дозволяють визначити значення γ_1 і γ_2 , а потім обчислити $\alpha^2 = \gamma_1^2 + \gamma_2^2$ і частоти:

$$\omega = \alpha^2 \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho(1-\mu^2)}}.$$

Розглянемо, наприклад, коливання квадратної плити з однаковим числом вузлових ліній в напрямках x, y . В цьому випадку $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$; $\alpha_1 = \alpha_2 = \gamma\sqrt{3}$, і рівняння (2.49) і (2.50) приводять до залежності:

$$\operatorname{tg} \frac{\gamma a}{2} = -\sqrt{3},$$

звідки

$$\frac{\gamma a}{2} = \frac{2\pi}{3} + (K-1)\pi \quad (K=1, 2, \dots).$$

Частоти коливань визначаються формулою:

$$\omega_K = 2\gamma^2 \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho(1-\mu^2)}} = 8\left(K - \frac{1}{3}\right)^2 \pi^2 \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho a^4(1-\mu^2)}}.$$

Досить хороший результат виходить вже для нижчої частоти:

$$\omega_1 = 35,6 \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho a^4(1-\mu^2)}}.$$

Точне значення:

$$\omega_1 = 35,98 \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho a^4(1-\mu^2)}}.$$

Як видно з вищевикладеного, при використанні асимптотичного методу погрішність виникає внаслідок наближеного виконання граничних умов поблизу кутових точок.

2.4. Висновки по розділу

Таким чином, при початковому модулю пружності матеріалу для визначення власних частот і форм коливань балок і плит можна скористатися формулами класичної динаміки. В залежності від крайових умов, це можуть бути точні аналітичні формули, або ж наближені методи динаміки, наприклад, асимптотичний метод в теорії розрахунку плит. Сказане справедливо і для випадків, коли навантаження не перевищує приблизно 50 % від несучої здатності конструкції. Після цього частоти коливань різко зменшуються за параболічним законом, амплітуди коливань відповідно зростають, і розрахунки можливі тільки з урахуванням нелінійної діаграми деформування матеріалу.

Слід також відзначити, що нижча частота коливань може трактуватися, як динамічний критерій жорсткості балок, а визначення максимального прогину в попередньо напруженій балці можливе за нижчою частотою коливань.

РОЗДІЛ 3

АНАЛІТИЧНІ, ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ І КОМП'ЮТЕРНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ БАЛОК

3.1. Випробування фібробетону на ударну в'язкість

3.1.1. Загальні положення

Однією з важливих характеристик матеріалів є ударна в'язкість. Розглянемо деякі види ударних випробувань.

Ударна в'язкість — здатність матеріалу поглинати механічну енергію в процесі деформації і руйнування під дією ударного навантаження.

Випробування матеріалів на ударну в'язкість засноване на руйнуванні стандартного зразка з концентратором (надрізом) посередині ударом на маятниковому копрі. При випробуванні на удар оцінюють працездатність металу в складних умовах навантаження і виявляють його схильність до крихкого руйнування.

ГОСТ 9454 [7] передбачає випробування зразків трьох типів:

1. Зразки Шарпі — зразки перерізом 10x10 мм, довжиною 55 мм і з U-подібним надрізом шириною і глибиною 2 мм і радіусом 1 мм;
2. Зразки Менаже — зразки того ж перетину і довжини з V-подібним надрізом тієї ж геометрії, що і перший зразок;
3. Т-образні зразки довжиною 55 мм, висотою 11 мм і шириною 10 мм з Т-подібним концентратором (надріз, що імітує втомлену тріщину).

Зразки з V-подібним надрізом є основними і їх використовують при контролі металопродукції для відповідальних конструкцій (транспортних засобів, лігальних апаратом ін.), а зразки з U-подібним надрізом застосовують при приймальному контролі металопродукції; зразки з Т-подібним надрізом призначені для випробування матеріалів, що працюють в особливо відповідальних конструкціях.

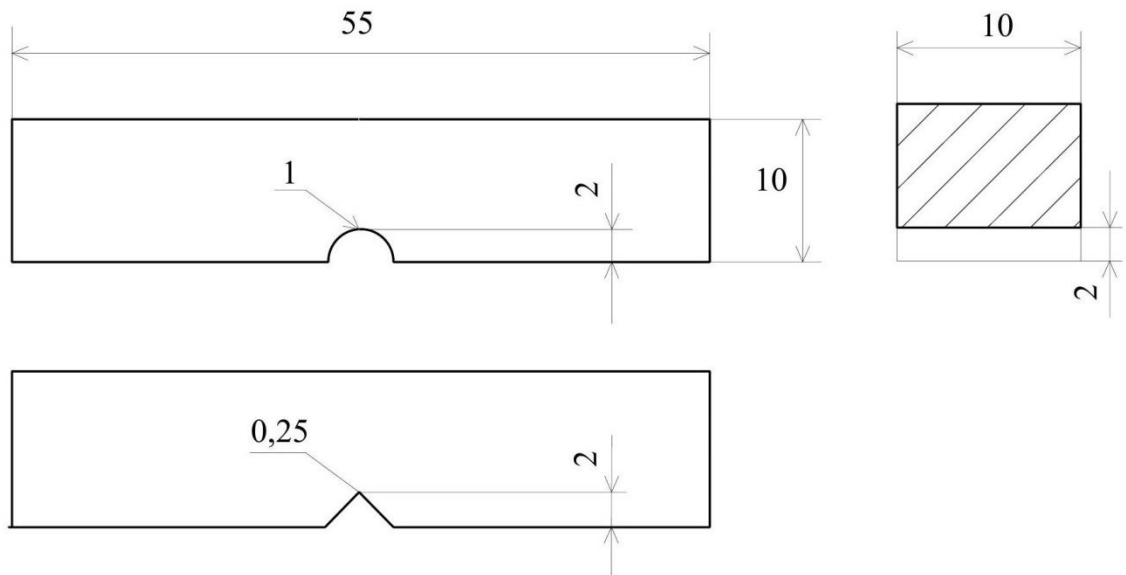


Рис. 3.1. Зразки для випробування на ударну в'язкість

При випробуванні металів на удар визначають ударну в'язкість, яку позначають KC . Ударна в'язкість KC — це відношення роботи K руйнування стандартного зразка до площі його поперечного перерізу A в місці надрізу:

$$KC = K / A, (\text{Дж} / \text{м}^2) \quad (3.1)$$

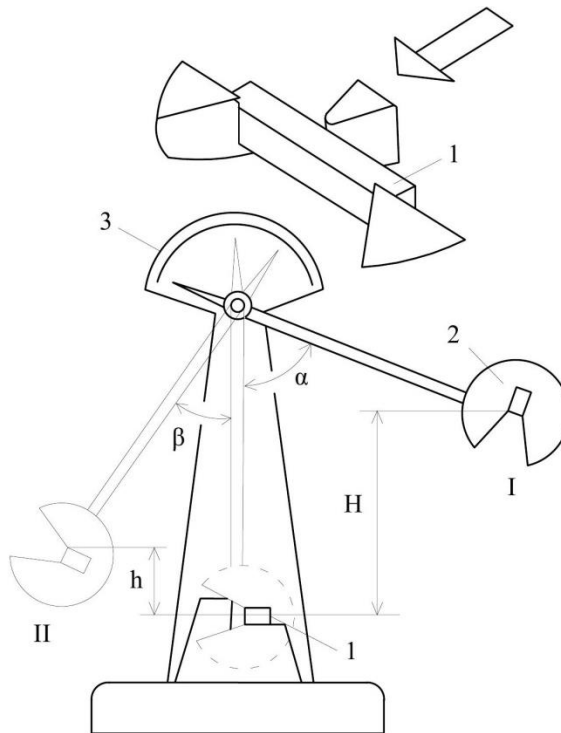


Рис. 3.2. Схема ударного випробування зразків на маятниковому копрі

Залежно від виду концентратора в зразку (U , V , T) в позначенні ударної в'язкості вводять третій індекс, відповідно до виду концентратора: KCU , KCV , KCT . Випробування на ударну в'язкість проводять на копрах маятникового типу, як показано на рис. 3.2.

Стандартний зразок встановлюють на опорах стійок копра так, щоб удар маятника 2 припадав проти надрізу. Маятник масою G за допомогою спеціальної рукоятки піднімають на висоту H в верхнє початкове положення I. При падінні маятник вдаряє по зразку, руйнує його і піднімається в положення II — висоту h . Для зупинки маятника є гальмо.

Якщо запас потенційної енергії маятника позначити через GH , то робота, витрачена на деформацію і руйнування зразка, дорівнює різниці енергії маятника в його положеннях I і II (до і після удару), тобто:

$$K = GH - Gh = G(H - h). \quad (3.2)$$

Виразивши висоту маятника в положенні до і після удару через силу маятника l і кути α і β , отримаємо вираз для визначення роботи, витраченої на деформацію і руйнування зразка:

$$K = Gl(\cos\beta - \cos\alpha), \quad (3.3)$$

де α — кут початкового підйому маятника; β — кут підйому маятника після руйнування зразка, що фіксується на шкалі 3. Маса вантажу і довжина маятника відомі. Кут α є величиною постійною. Знаючи кут β за результатами випробувань, визначають роботу K і ударну в'язкість KC .

Оскільки однією з основних цілей динамічних випробувань є виявлення схильності металу до крихкого руйнування, для динамічних випробувань найбільш підходящими є жорсткі способи навантаження (розтягнення, вигин), при яких достатньо великі максимальні нормальні напруження, що обумовлюють руйнування шляхом відриву. М'які способи навантаження (кручення, стиснення) для динамічних випробувань застосовуються рідко. Найбільшого поширення набули динамічні

випробування на вигин, так як ці випробування досить прості, надійні, дозволяють визначати роботу деформації і руйнування.

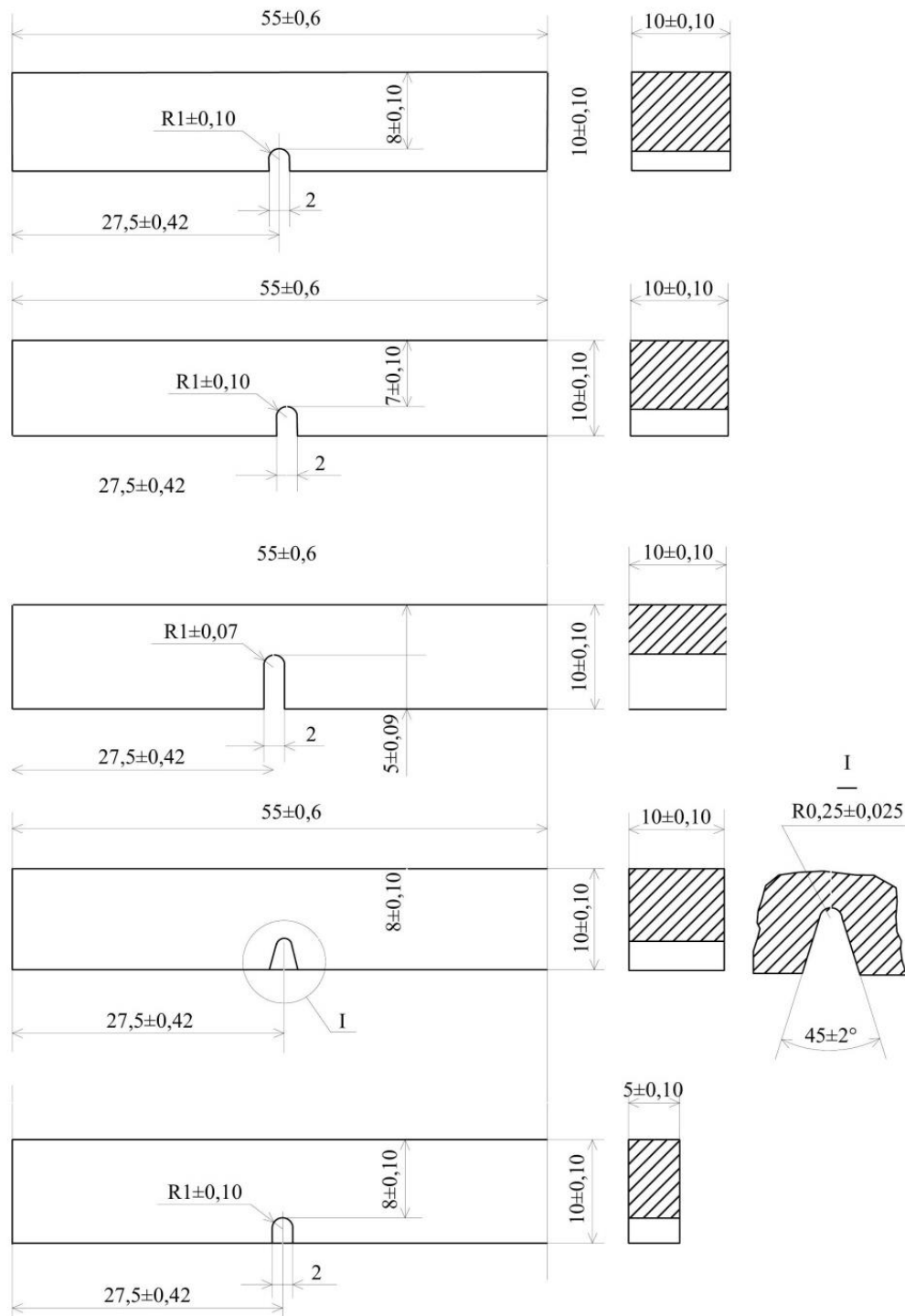


Рис. 3.3. Типи зразків для випробування на ударну в'язкість

Щоб зробити напружений стан більш жорстким для динамічних випробувань на вигин застосовують зразки з надрізом (для випробувань крихких матеріалів, наприклад чавуну, можуть застосовуватися динамічні

випробування на ударну в'язкість на зразках без надрізу). Крім того, застосування зразків з надрізом значно зменшує енергію необхідну для їх руйнування, що дозволяє зменшити розміри копра

По ГОСТ 9454 [7] (випробування на ударну в'язкість), застосовується кілька типів зразків (рис. 3.1). Основним вважається тип I. Так як при випробуваннях на ударну в'язкість умова подібності не реалізується, не можна перераховувати і порівнювати результати визначення ударної в'язкості на зразках різних розмірів і різної форми. Бажано, щоб зразки мали шліфовану поверхню, на них не повинно бути тріщин, задирок. Поверхня надрізу не повинна мати малюнок, подряпин і інших дефектів, так як вони можуть, істотно спотворити результати випробувань, оскільки саме дно надрізу зазвичай є місцем початку утворення тріщини, розвиток якої призводить до руйнування зразка. Якщо потрібно зробити випробування термічно оброблених зразків, то надріз на них робиться після термічної обробки.

Для випробувань на ударну в'язкість найбільшого поширення набули маятникові копри.

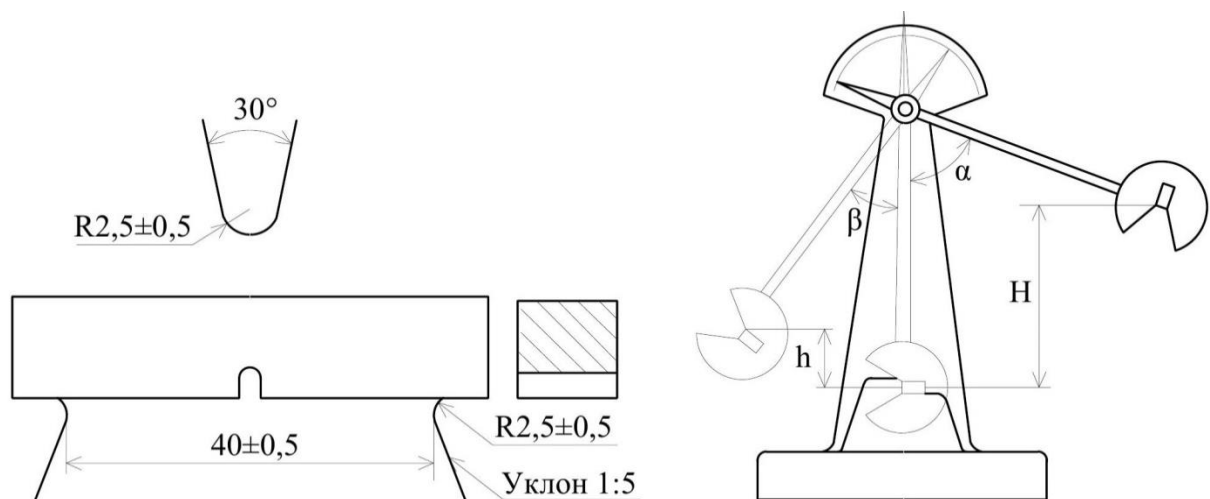


Рис. 3.4. Схема випробування на ударний вигин

Основною частиною копра є масивний маятник, який може гойдатися на осі. У піднятому положенні маятник володіє певним запасом енергії (в

залежності від висоти підйому). При падінні маятник, проходячи через вертикальне положення, вдаряє по зразком і руйнує його, на що витрачається частина енергії маятника. Частина енергії витрачається на підйом маятника після удару. Швидкість руху маятника в момент удару по зразком повинна бути в межах 4-7 м/сек., що відповідає швидкості деформації стандартних зразків порядку 10^2 1/сек. Знаючи висоту підйому маятника до і після удару і його вага, можна підрахувати роботу, витрачену на руйнування зразка. На копрі МК-30 ця робота визначається автоматично. Для цього до маятнику прикріплений повідок, який при підйомі маятника в початкове положення встановлює рухливу рамку зі шкалою в певному положенні відповідно до висоти підйому маятника, тобто з запасеної маятником енергією. Після удару маятник, піднімаючись, тим же повідцем переміщує уздовж шкали стрілку до рівня, відповідного висоті підйому маятника, тобто його енергії після удару. Таким чином, ми автоматично визначаємо різницю енергій маятника до і після удару, тобто роботу, витрачену на пластичну деформацію та руйнування зразка. Для обчислення ударної в'язкості потрібно витрачену при випробуванні роботу розділити на площу поперечного перерізу зразка.

3.1.2. Експериментальні дослідження ударної в'язкості бетону і фібробетону

В останні роки значно збільшилася поверховість зведених будинків і споруд. При цьому ще більше зросла потреба в зниженні матеріаломісткості конструкцій. А це означає, що необхідно використовувати нові високоміцні матеріали або шукати нові конструктивні рішення.

Якщо говорити про бетон, то підвищення його класу по міцності частково вирішує проблему. Знижується вага конструкції, матеріаломісткість, вартість. Підвищується опір агресивних середовищ, зростає довговічність. Але це призводить до погіршення здатності по перерозподілу внутрішніх зусиль, що знижує в'язкість руйнування. Крихке руйнування відбувається практично миттєво після появи перших тріщин.

Особливу небезпеку цей ефект набуває при будівництві в зонах можливих землетрусів.

Для підвищення в'язкості руйнування багато дослідників пропонують використовувати сталеву фібру. Сталефібробетон виявляється ефективним при будівництві в сейсмонебезпечних районах в силу підвищеної стійкості до динамічних навантажень [78-79].

Незважаючи на зростаючий інтерес до сталефібробетону і відповідне збільшення публікацій, наявні дані суперечливі, мають певну неповноту, що дозволяє дати лише загальну оцінку наведених в них результатів.

Дані по основним механічним характеристикам, таким як межа міцності на стиск, розтяг при згині і розколюванні, модуль пружності, граничне значення деформації, часом відрізняються в рази. А результатів дослідження сталефібробетону при динамічних навантаженнях явно недостатньо. Сказане свідчить про актуальність дослідження ударної в'язкості сталефібробетону.

Американські вчені прийшли до висновку про те, що використання фібробетона дозволить спростити будівництво будівель і зменшить кількість структурних пошкоджень після землетрусу. Ці результати можуть привести до здешевлення будівництва безпечних будівель в районах з високим ризиком землетрусів, а також скоротять витрати на ремонт після землетрусів [80].

Численні дослідження, проведені протягом багатьох років в різних країнах, переконливо показують, що, незалежно від середньої щільності матриці та виду волокон, ударостійкість бетону в результаті дисперсного армування зростає в кілька разів [81-87]. При цьому ступінь підвищення опору ударним і іншим динамічним впливам залежить від геометричних характеристик використовуваних волокон, відсотки фібрового армування, складу бетонної суміші, технології виготовлення.

Проблема підвищення ударостійкості бетону за рахунок його дисперсного армування і в даний час продовжує викликати інтерес. Так,

група дослідників [88] представила результати динамічних випробувань фібробетона CARDIFRC, виготовленого в університеті м. Кардіфа (Англія). Випробування виконано за допомогою методики Кольського і її модифікацій. Визначені міцність і деформаційні характеристики матеріалу при високих швидкостях деформації, а також значення ударної в'язкості. Показана чутливість механічних характеристик до швидкості деформації. Цікавою видається робота І. А. Леоновича [89], де описана методика досліджень опору бетону, дисперсно-армованого неметалевою фіброю, з заповнювачем з алюмосилікатних мікросфер ударної дії. Розкрито механізм руйнування і отримані графіки залежності ударної в'язкості від щільності фібробетону, модуля пружності, змісту фібри.

З робіт зарубіжних авторів відзначимо, крім уже згаданих, статтю [90], в якій пропонується параметр ударної в'язкості на основі січною податливості (відношення переміщення / навантаження), а не на підставі оцінки тільки навантаження або переміщення звичайними методами. Показано, що новий параметр представляє властивості ударної в'язкості більш узгодженим чином, ніж інші аналогічні методи, стосовно широкого діапазону ідеальних кривих навантаження-переміщення. Не менш цікавою видається робота [91], де йдеться про те, що все ще ведуться дискусії про те, як слід вимірювати, інтерпретувати і використовувати ударну в'язкість. У цій статті представлені результати першого етапу дослідження в шести університетах, що фінансується Радою з досліджень бетонних матеріалів — Американським інститутом бетону та Національним науковим фондом США.

План проведеного нами експерименту по визначенню ударної в'язкості включав два етапи. На першому етапі (його докладний опис і результати будуть приведені нижче) міцність і деформаційні характеристики бетону і сталеві фібробетону визначалися на бетонних призмах розмірами $100 \times 100 \times 400$ мм і кубах $100 \times 100 \times 100$ мм.

На другому етапі були виготовлені зразки з бетону і сталеві фібробетона оптимального складу, проведені експерименти по визначенню статичної та динамічної міцності при вигині, а потім — випробування на ударну в'язкість на маятниковому копрі МК – 30.

Залежно від завдань, що вирішуються в ході експериментів, зразки-близнюки об'єднували в групи і серії. Зразки кожної групи виготовляли в один прийом. Призми і куби бетонували в металевих касетних опалубках. Бетонну суміш виготовляли в бетономішалці вільного падіння. Перед укладанням в опалубку суміш для більшої однорідності додатково перемішували вручну. Ущільнення бетону в опалубках проводили на лабораторному вібростолі.

При цьому варіювався тип фібри, відсоток фібрового армування, який становив 0,5 %, 1,0 % і 1,5 %, а також максимальний розмір крупного заповнювача — з розміром фракції ≤ 10 мм в першій серії випробувань і ≤ 20 мм — у другий.

В експериментах використані три типи сталеві фібри (рис. 3.5) — з загнутими кінцями, хвильова і плющена, — випускається "ВО "Стальканат-Сітур" відповідно до Європейського стандарту EN 14889-1: 2006 [92].

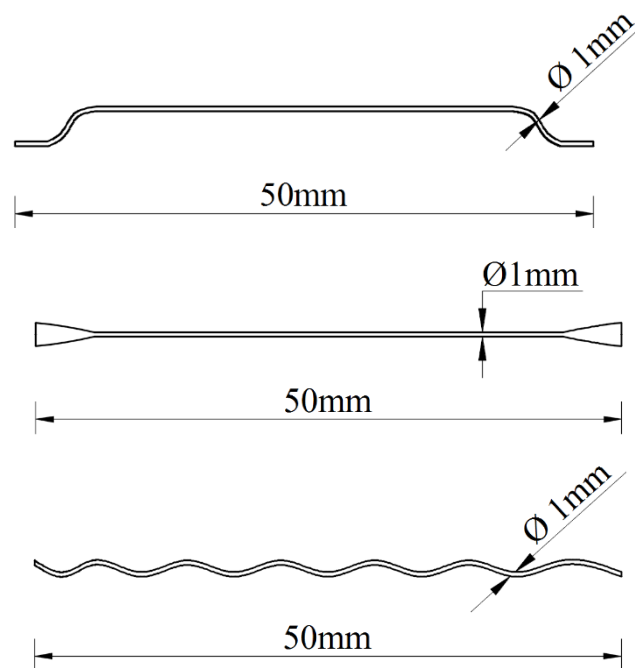


Рис. 3.5. Три типи сталеві фібри

До початку експериментальних досліджень зразки зберігали при температурі 18-24°. Перед випробуванням на бокові межі призм клеїли кріплення для установки індикаторів годинникового типу. Методику випробувань зразків становили з урахуванням рекомендацій нормативних документів з випробувань бетону і фібробетону [93-94].

Фізико-механічні характеристики бетонних і сталеві фібробетонних елементів при короткочасній дії навантаження визначали на універсальному гідравлічному пресі (500 кН).

Визначенню модуля пружності і призмової міцності передувало центрування зразків по фізичному центру шляхом застосування пробних навантажень, що викликають напруження величиною до 0,2 від призмової міцності. Центруванням домагалися того, щоб деформації по чотирьом гранях зразка були приблизно однаковими і майже повністю зворотними. Завантаження здійснювали ступенями по 0,1 від призмової міцності. На кожному ступені навантажування вимірювали деформації. Максимальне зусилля, сприймається зразком перед руйнуванням, брали за величину руйнівного навантаження.

В інтервалах між ступенями навантажування за допомогою трубки Брюнелля на поверхнях призм спостерігалось процес тріщиноутворення.

При навантаженні, рівній $0,85F_{\max}$, вимірювальні прилади демонтували і призми доводили до руйнування. Таким чином, в результаті випробувань були отримані дані, що описують тільки висхідну гілку діаграми "деформація-навантаження".

Результати першого етапу випробувань показали, що руйнування зразків з 0,5 % фібрового армування носить крихкий характер, що не спостерігається при 1,0 % і 1,5 % фібрового армування, незалежно від типу фібри. Оптимальними характеристиками фібробетонної суміші є матриця з крупним заповнювачем фракції $\leq 10\text{ мм}$ при 1,0 % фібрового армування. Армування фіброю з загнутими кінцями привело до збільшення статичної міцності бетону на стиск (табл. 3.1) у $1,2\div 1,4$ рази і збільшення міцності на

розтяг при згині в $3,0 \div 3,2$ рази (в залежності від типу фібри і відсотка дисперсного армування). У разі використання хвильової або плющення фібри ці показники виявилися трохи нижче. На другому етапі значення ударної в'язкості визначалися на стандартизованих зразках балочках (рис. 3.6) з U-подібним концентратором по методу Шарпі [95] на маятниковому копрі. Величина ударної в'язкості відповідала енергії, витраченої на руйнування зразка і віднесеної до площі його поперечного перерізу.



Рис. 3.6. Зразки для випробувань на ударну в'язкість

Результати випробувань наведені в табл. 3.1.

Таблиця 3.1

Результати випробувань на ударну в'язкість

Тип фібри	Відсоток за об'ємом	Міцність при вигині		Ударна в'язкість a_0 , кДж/м ²	Коефіцієнт динамічної міцності	$\frac{a_0}{R_{tf, din}}$
		Статична R_{tf}	Динамічна $R_{tf, din}$			
Без фібри	0	2,85	4,83	14,44	1,69	2,99
З загнутими кінцями	0,5	8,00	12,02	35,70	1,50	2,97
	1,0	9,12	12,97	39,04	1,42	3,01
	1,5	10,26	13,95	41,85	1,36	3,00
Хвильова	0,5	7,98	12,47	37,16	1,56	2,98
	1,0	8,84	12,95	39,11	1,46	3,02
	1,5	9,78	13,83	41,63	1,41	3,01
Плющена	0,5	7,90	12,11	35,60	1,53	2,94
	1,0	8,80	12,84	38,01	1,46	2,96
	1,5	9,64	13,60	40,53	1,41	2,98

3.1.3. Математичне забезпечення проведених експериментальних досліджень

Для статистичної обробки [96, 97] результатів визначення власних частот коливань балок і плит проводилися багаторазові вимірювання при різних величинах інтенсивності зовнішнього навантаження протягом декількох днів. При аналізі цих вимірювань застосовувалася методика, за якою необхідно виконати наступні дії:

- визначити дисперсію D ;
- обчислити середньоквадратичне відхилення σ , визначити стандартне відхилення середнього σ_0 ;
- прийняти довірчу ймовірність p_d і знайти довірчі інтервали $\mu_{ст}$;
- остаточно встановити дійсні значення вимірюваних величин X_d .

Кількість вимірювань n було прийнято рівним 25. Довірча ймовірність p_d була прийнята рівною 0,95.

При обчисленнях використовувалися такі формули:

- середнє значення — $\bar{x} = \bar{x}' + \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x}')$;

- дисперсія вибірки — $D = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2$;

- середньоквадратичне відхилення вибірки (вибірковий стандарт) — $\sigma = \sqrt{D}$;

- стандартне відхилення середнього (стандартна помилка або стандартна помилка середнього) — $\sigma_0 = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$;

- довірчі інтервали — $\mu = \sigma_0 \cdot t$,

де t — гарантійний коефіцієнт, який обирається по таблиці коефіцієнтів Стьюдента [98]. В цьому випадку для $n < 30$ і для $p_d = 0,95$ значення коефіцієнта $t = 2,065$.

Остаточно дійсне значення вимірювальної величини знаходиться за формулою:

$$X_d = \bar{X} \pm \mu_{ст}.$$

Отримані вище методами будівельної механіки результати відносяться до балкових конструкцій, які працюють в пружній стадії. Так як залізобетон є матеріалом пружно-пластичних, тим більше при роботі конструкції в період утворення тріщин, то ці результати на першому етапі можна використовувати як оціночні. Реальна залізобетонна балка не працює як ідеально пружна конструкція, для якої була вище отримана формула, що зв'язує основну частоту коливань з величиною попереднього напруження арматури. Хоча, як показали подальші експериментальні дослідження, виявлені закономірності для пружних конструкцій зберігаються і для залізобетонних балок.

3.2. Експериментальне визначення власних частот і форм коливань залізобетонних та фібробетонних балок

Для проведення експериментальних досліджень розроблено випробувальний стенд *MODAL-2*, загальна схема якого приведена на рис. 3.7.

Конструкція стенду включає в себе блоки *A1*, *A2*, *A3*, пьезодатчик, осцилограф і персональний комп'ютер (рис. 3.7).

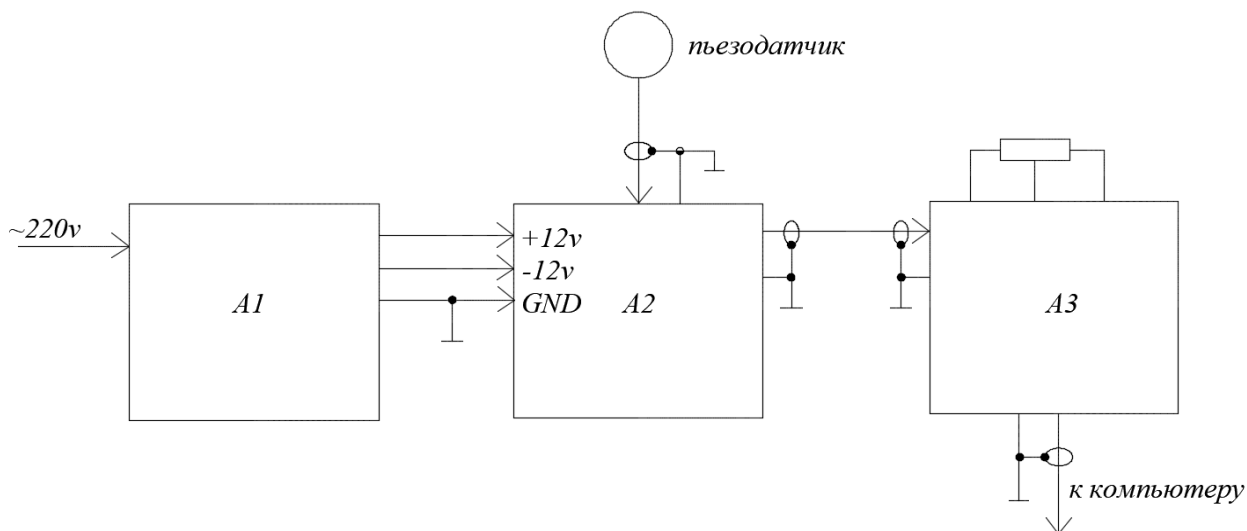


Рис. 3.7. Випробувальний стенд *MODAL-2*

Блок живлення *A1* виконаний за класичною схемою двополярного джерела напруження і забезпечує наступні функції: зниження напруження $Tr1$ з 220в до $2X \sim 15в$, випрямлення $VD1$, згладжування пульсацій $C1, C2$, стабілізацію $DA1, DA2$, усунення низькочастотних перешкод $C3, C4$, усунення високочастотних перешкод $C5, C6$ (рис. 3.8). В якості основних елементів схеми компенсаційних стабілізаторів напружень були використані інтегральні мікросхеми *LM7812* і *LM7912* фірми *Texas Instruments* з характеристиками $U_{ex} = 7 \div 30в$, $U_{вых} = 12в$, $I_n = 1,5а$.

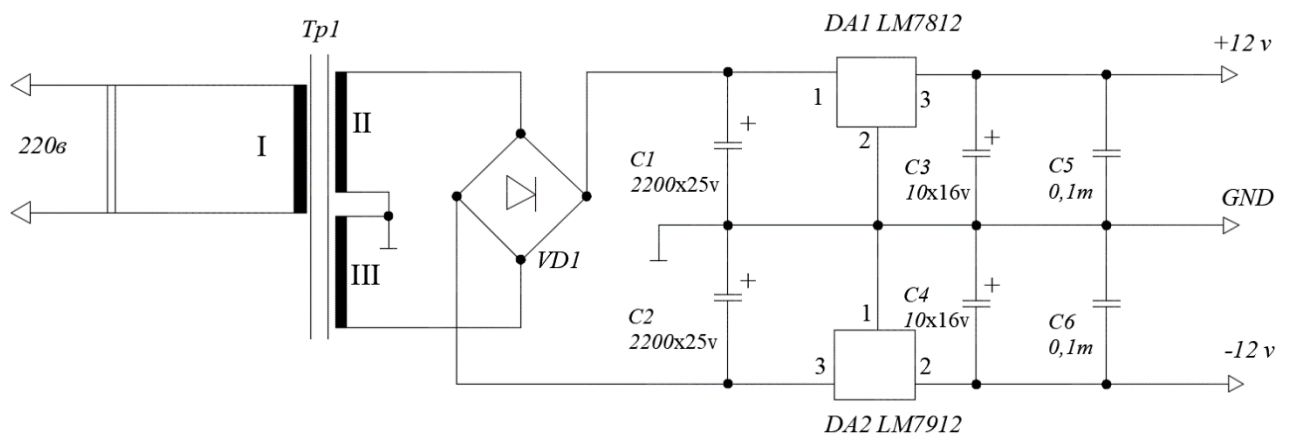


Рис. 3.8. Схема блоку живлення

Попередній підсилювач *A2* забезпечує узгодження вихідного опору датчика і вхідного опору *АЦП* комп'ютера, а також підсилює сигнал датчика. Блок *A2* являє собою інвертуючий підсилювач напруги, виконаний на мікросхемі *KP140УД708*, і має наступні характеристики:

$$R_{ex} = 7,1кОм, R_{вых} = 100кОм, K_y = 5, F_{раб} = 0 \div 20000Гц.$$

Дільник-обмежувач *A3* необхідний для узгодження підсилювача з ПК, а також для захисту аналогового входу від перевантажень.

Керамічний пьезодатчик забезпечує широкий частотний діапазон, і складається з інерційної маси, пьезоелемента і підстави, жорстко пов'язаних між собою. Вихідний сигнал датчика пропорційний прискоренню при коливаннях.

Осцилограф (рис. 3.7), як показали тестові випробування, має нульову інформативність, тому його включення в схему проводиться тільки для калібрування. Останній елемент стенда — ноутбук з програмою реєстрації і запису коливань і *AЧХ VIRTINS Multi – Instrument V3.4* [99] — використовується для фіксації результатів.

Експеримент проводився в три етапи. На першому етапі досліджувалися вільні коливання сталевих балок різної довжини з шарнірним обпиранням по кінцях і однаковим поперечним перерізом — двутавр №20 (рис. 3.9). Для таких балок частоти власних коливань легко визначити аналітичним шляхом [100, 101], тому результати першого етапу розглядалися в якості тестових. У табл. 3.2 наведено порівняння експериментальних і аналітичних даних по першим трьом частотам.



Рис. 3.9. Сталева балка

Для таких балок частоти власних коливань легко визначити аналітичним шляхом [100, 101], тому результати першого етапу розглядалися в якості тестових. У табл. 3.2 наведено порівняння експериментальних і аналітичних даних по першим трьом частотам.

Таблиця 3.2

Порівняння експериментальних і аналітичних результатів тестових
вимірювань

Довжина, мм	Частота, с ⁻¹	Експеримент	Розрахунок	Розбіжність, %
2500	ω_1	654,85	661,05	0,94
	ω_2	2602,00	2644,20	1,60
	ω_3	5868,74	5949,45	1,36
3900	ω_1	268,15	271,63	1,28
	ω_2	1064,11	1086,54	2,06
	ω_3	2408,05	2444,71	1,50

Аналіз табл. 3.2 показує, що результати експерименту і аналітичного розрахунку практично однакові для нижчої частоти коливань, а потім розбіжність збільшується, але для дослідженого діапазону частот залишається в допустимих межах, що свідчить про коректну роботу випробувального стенду і можливості його застосування для подальших експериментів.

На другому етапі виконані попередні дослідження, в процесі яких визначені оптимальні характеристики фібробетонної суміші і проведені випробування для визначення механічних характеристик бетону і фібробетону.

Для цього визначалася кубикова міцність бетону і сталеві фібробетону на зразках 100x100x100 мм. При цьому варіювався відсоток дисперсного армування, який становив 0,5 %, 1,0 % і 1,5 %, а також розмір фракції крупного заповнювача (щебінь) — з розміром фракції ≤ 10 мм в одній серії випробувань та ≤ 20 мм — в другій. Одночасно визначалася кубикова міцність звичайного бетону при тих же розмірах крупного заповнювача. Всього було проведено 8 серій випробувань по 9 зразків в кожній.

Спочатку пропорційно визначали потрібну кількість кожного з компонентів, а потім приступали до приготування бетонної суміші. Для перших двох серій дослідів приготували звичайну бетонну суміш і залили

форми. Потім зробили ще одну таку ж суміш, і в неї поступово "порціями" вводили фібру, продовжуючи перемішування в бетономішалці до рівномірного розподілу фібри в суміші. В експериментах використана сталева фібра з загнутими кінцями.

Після формування зразків зі звичайного бетону і фібробетону їх залишили тверднути в нормальних умовах. Через 5 діб зразки вийняли з форм, промаркірували їх і зберігали 28 діб з часу формування в нормальних умовах.

Обробка результатів цього етапу випробувань показала, що оптимальними характеристиками фібробетонної суміші є матриця з крупним заповнювачем ≤ 10 мм (при цьому кубикова міцність була значно вища, ніж при розмірі щебню ≤ 10 мм, у всіх серіях дослідів) при 1,0% фібрового армування, оскільки при вищому відсотку фібрового армування збільшення кубикової міцності виявилось неістотним. Такий склад суміші і був прийнятий для виготовлення балок.

В усіх проведених дослідах використовувався цемент марки 400 і промитий річковий пісок. Водоцементне відношення — 0,449.

Завданнями експериментальних досліджень на цьому етапі були:

- визначення кубикової (f_{cube}) та призмової (f_{pr}) міцності;
- визначення модуля пружності і модуля деформацій.

Для вирішення вказаних завдань було випробувано 108 зразків із фібробетону: 54 — при короткочасному навантаженні (27 кубиків 100x100x100 мм і 27 призм 100x100x400 мм) та 54 — при тривалому навантаженні (в такій же пропорції). Одночасно випробувана партія зразків з бетону, аналогічна за кількісним складом.

Кубики з бетону і фібробетону піддавалися руйнуванню шляхом стиснення в випробувальній установці зі швидкістю навантаження, що забезпечує підвищення розрахункового напруження в зразку до його повного руйнування. В якості випробувальної установки застосовувався прес УВМ-50

(рис. 3.10). Кубики встановлювали строго по центру плити преса і поступово завантажували до їх руйнування.

При випробуваннях бетонних призм розмірами $100 \times 100 \times 400$ мм зразки-близнюки об'єднували в групи і серії. Зразки кожної групи виготовляли в один прийом. Призми (як і куби) бетонували в металевих касетних опалубках. Бетонну суміш виготовляли в бетономішалці вільного падіння. Перед укладанням в опалубку суміш для більшої однорідності додатково перемішували вручну. Ущільнення бетону в опалубках проводили на лабораторному вібростолі.

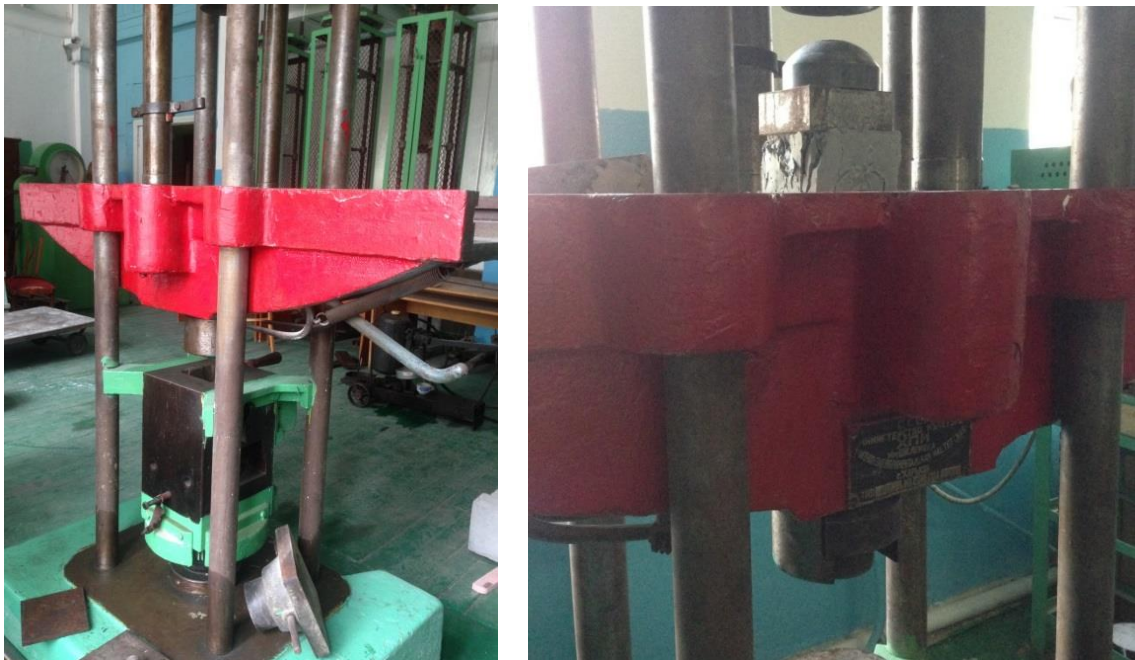


Рис. 3.10. Прес УВМ-50 і випробування одного із зразків

Визначенню модуля пружності і призмової міцності передувало центрування зразків по фізичному центру шляхом застосування пробних навантажень, що викликають напруження величиною до 0,2 від призмової міцності. Центровка була застосована для того, щоб деформації по 4 гранях зразка були приблизно однаковими і майже повністю оборотними. Завантаженість здійснювали ступенями по 0,1 від призмової міцності. На кожному ступені навантаження вимірювали деформації. Максимальне

зусилля, що сприймається зразком перед руйнуванням, брали за величину руйнуючого навантаження.

В результаті статистичної обробки результатів випробувань отримані значення призмової і кубикової міцності бетону і фібробетону.

На третьому етапі експериментально і аналітично визначені власні частоти коливань залізобетонних і сталеві фібробетонних балок. Армування всіх балок стержневою арматурою було однаковим (рис. 3.11).

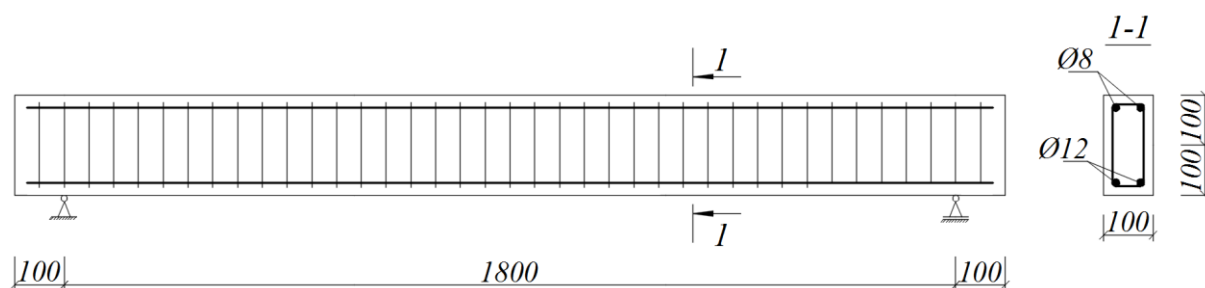


Рис. 3.11. Армування залізобетонної та сталеві фібробетонних балок стержневою арматурою

У табл. 3.3 наведені експериментальні та аналітичні дані за першими трьома частотами для балок з бетону та сталеві фібробетону. Аналітичні значення частот обчислені за формулами класичної динаміки, наведеними в попередньому розділі. Власні частоти, визначені експериментальним шляхом, виявляються суттєво вище, ніж теоретичні.

Схожі результати були отримані і деякими іншими авторами [102-104]. Спроби пояснити спостережувану відмінність тим, що аналітичні формули для частот поперечних коливань враховують момент інерції стержня, який в разі наявності стержневої арматури або дисперсного армування потрібно розраховувати за спеціальними методиками, представляються неспроможними. Алгоритм розрахунку геометричних характеристик так званого наведеного перетину добре відомий і приводиться в численній літературі із залізобетонних конструкцій, проте, виходячи з формул цього

алгоритму, вплив моменту інерції на частоти коливань буде не таким значним, як це спостерігається в експерименті.

Таблиця 3.3

Експериментальні та аналітичні результати третього етапу

Матеріал	Частота, c^{-1}	Експеримент	Розрахунок	Розбіжність, %
Бетон	ω_1	979,23	826,74	15,6
	ω_2	4032,80	3306,98	18,0
	ω_3	9420,23	7440,70	21,0
Фібробетон, 1,0 %	ω_1	1071,96	898,76	16,1
	ω_2	4419,03	3595,05	18,6
	ω_3	10214,62	8088,87	20,8

Більш вагомим, на наш погляд, поясненням є некоректність використовуваної динамічної моделі армованої балки. Класична динаміка споруд, як відомо, ґрунтується на теорії лінійних диференціальних рівнянь, а коливання конструкцій розглядаються щодо ненапруженого вихідного стану. Очевидно, що при дослідженні вільних і вимушених коливань залізобетонних будівельних конструкцій такий підхід непридатний, оскільки вони є фізично нелінійними системами. Публікацій з фізично нелінійної динаміки залізобетонних конструкцій вкрай мало, та й основна увага приділяється методам вирішення нелінійних рівнянь руху, а концепція визначення нелінійних членів цих рівнянь практично не вивчена. Тут необхідні численні експериментальні дослідження та комп'ютерне моделювання з метою якісного і кількісного виявлення всіх факторів, що впливають на спектр власних частот коливань.

Коректність роботи запропонованої конструкції випробувального стенду *MODAL-2*, призначеного для визначення власних частот, форм і амплітуд коливань підтверджена тестовими випробуваннями сталеві двотаврової балки (табл. 3.2), для якої при визначенні перших трьох частот

спектра максимальна розбіжність з теоретичними значеннями склало 2,06 %. При випробуваннях залізобетонних та фібробетонних балок ця розбіжність виявилася досить суттєвою, доходючи до 20 %.

Така різниця пояснюється некоректністю використовуваної динамічної моделі армованої балки. Очевидно, що лінійне диференціальне рівняння вільних коливань балки можна використовувати в разі залізобетону (незалежно від наявності фібри); тут необхідна нова модель, що враховує нелінійність матеріалу.

3.3. Застосування чисельно-аналітичного методу граничних елементів

Розглянемо алгоритм вирішення цих завдань чисельно-аналітичним методом граничних елементів (ЧА МГЕ). Потрібно відзначити, що проблема визначення частот власних коливань пружних систем, незважаючи на численність подібних досліджень, продовжує залишатися актуальним завданням. Пов'язано це з недоліками існуючих методів. Так, класичні методи будівельної механіки дозволяють визначати точний спектр частот власних коливань, але частотні рівняння цих методів містять точки розривів 2-го роду [105].

Однак цей спектр є точним тільки в рамках припущень, прийнятих при виведенні диференціальних рівнянь коливань. І саме ці припущення, як показали наші експериментальні дослідження, та й роботи інших авторів, не можна застосовувати беззастережно, абстрагуючись від матеріалу конструкції. Це стосується конструкцій, виготовлених з будь-яких матеріалів, але в першу чергу — таких неоднорідних за своєю структурою матеріалів, як бетон і фібробетон.

Наявні теорії розрахунку бетонних і залізобетонних конструкцій [106] практично не враховують складність цієї структури. Ще гірше йдуть справи з фібробетонними конструкціями [107, 108].

Загальновідомо широкі, як правило, ефективні застосування методу скінченних елементів. Але і тут є проблема — при вирішенні іноді з'являються фіктивні частоти і пропускаються дійсні [109]. Це відбувається внаслідок заміни заданої розрахункової схеми на основну схему [110]. В МСЕ частоти визначаються з вікового рівняння [111], де спектр частот, по-перше, обмежений, по-друге, неточний через заміну системи з нескінченним числом ступенів свободи на систему з кінцевим числом ступенів свободи. Аналогічні недоліки є і у інших методів.

Чисельно-аналітичний метод граничних елементів [112, 113] дозволяє відкинути недоліки існуючих методів і вирішувати задачі динаміки на якісно більш ефективному рівні. Зокрема, вдається отримувати точний спектр частот в рамках прийнятих припущень, в частотному рівнянні відсутні точки розривів 2-го роду, виключається поява фіктивних і пропуск дійсних частот та інше.

При власних коливаннях граничні параметри стрижневих елементів будуть різняться від нуля, оскільки всі елементи будь-якої системи здійснюють рух. Ця обставина лежить в основі виду частотного рівняння при використанні ЧА МГЕ. Відповідно до алгоритму перетворення рівнянь методу [112, 113] всі невідомі статичні і кінематичні граничні параметри стержневої системи пов'язані рівнянням

$$\bar{A}_* \bar{X}_* = -\bar{B}, \quad (3.4)$$

де \bar{A}_* — квадратна матриця граничних значень фундаментальних ортонормованих функцій з компенсаційними елементами, що описують топологію системи. При власних коливаннях вектор навантаження $\bar{B} = 0$, і рівняння (3.4) приймає вид

$$\bar{A}_* \bar{X}_* = 0. \quad (3.5)$$

Однорідна система лінійних алгебраїчних рівнянь має нетривіальне рішення $\bar{X}_* \neq 0$ тоді і тільки тоді, коли визначник матриці фундаментальних функцій \bar{A}_* дорівнює нулю [114, 115], тобто

$$|\bar{A}_*| = 0. \quad (3.6)$$

Рівняння (3.6) є трансцендентним частотним рівнянням МГЕ, коріння якого дають повний спектр власних частот коливань системи. На відміну від інших існуючих методів, визначник (3.6) містить лише систему фундаментальних функцій, що дозволяє спростити пошук частот власних коливань. Інтервал, що містить корінь рівняння (3.6), фіксується при зміні знака визначника або при його прагненні до нуля.

Після визначення коренів рівняння (3.6) можна знайти форми власних коливань. Для цього частоту власних коливань необхідно підставити в аргументи фундаментальних функцій матриці \bar{A}_* , а потім вирішувати рівняння (3.5) при одиничному значенні одного або декількох параметрів вектора \bar{B} .

Пошук частот власних коливань пов'язаний з приведенням матриці \bar{A}_* до верхнього трикутного вигляду. По мірі зростання частот власних коливань, ростуть і абсолютні величини діагональних елементів цієї трикутної матриці. Тому верхня межа діапазону частот по ЧА МГЕ залежить від можливостей комп'ютера, що в даний час означає дуже великий спектр доступних для визначення частот.

Диференціальне рівняння поперечних коливань стержня постійної жорсткості після поділу змінних має вигляд

$$EIy^{IV}(x) - m\omega^2 y(x) = q(x), \quad (3.7)$$

при початкових параметрах

$$y(0); y'(0) \equiv \varphi(0); EIy''(0) = -M(0); EIy'''(0) = -Q(0).$$

Рішення сформованої задачі Коші в матричній формі запишеться так:

$$\begin{array}{|c|} \hline EIy(x) \\ \hline EI\varphi(x) \\ \hline M(x) \\ \hline Q(x) \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline A_{11} & A_{12} & -A_{13} & -A_{14} & \\ \hline \lambda^4 A_{14} & A_{11} & -A_{12} & -A_{13} & \\ \hline -\lambda^4 A_{13} & -\lambda^4 A_{14} & A_{11} & A_{12} & \\ \hline -\lambda^4 A_{12} & -\lambda^4 A_{13} & \lambda^4 A_{14} & A_{11} & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline EIy(0) \\ \hline EI\varphi(0) \\ \hline M(0) \\ \hline Q(0) \\ \hline \end{array} - \int_0^x \begin{array}{|c|} \hline A_{14}(x-\xi) \\ \hline A_{13}(x-\xi) \\ \hline -A_{12}(x-\xi) \\ \hline -A_{11}(x-\xi) \\ \hline \end{array} q(\xi) d\xi, \quad (3.8)$$

де фундаментальні ортонормовані функції і елементи вектора навантаження приймають вид

$$A_{11} = \frac{ch\lambda x + \cos \lambda x}{2}; \quad A_{12} = \frac{sh\lambda x + \sin \lambda x}{2\lambda};$$

$$A_{13} = \frac{ch\lambda x - \cos \lambda x}{2\lambda^2}; \quad A_{14} = \frac{sh\lambda x - \sin \lambda x}{2\lambda^3}; \quad \lambda = \sqrt[4]{\frac{m\omega^2}{EI}}.$$

У наведених тут виразах, як і в формулах для визначення власних частот, отриманих іншими методами, передбачається обчислювати момент інерції для вихідних геометричних параметрів поперечного перерізу балки без урахування її армування. Тим часом, характер армування призводить до зміни моменту інерції, а, значить, впливає на всі динамічні параметри балки. Такий момент інерції називається приведеним, і методика його обчислення приводиться в численній літературі по залізобетону.

Досліджено власні частоти коливань залізобетонної балки і трьох сталевібробетонних балок з різним відсотком фібрового армування. Армування всіх балок стержневою арматурою було однаковим (рис. 3.10).

Для проведення експериментальних досліджень був застосований спеціальний випробувальний стенд *MODAL-2*, про який вже мова йшла вище. В ході основної частини експерименту визначенням підлягали власні частоти і амплітуди коливань залізобетонної та фібробетонних балок. У табл. 3.4 наведені експериментальні та аналітичні результати по першим трьом частотам.

Таблиця 3.4

Експериментальні та аналітичні результати другого етапу

Матеріал	Частота, с ⁻¹	Експеримент	Розрахунок	Розбіжність, %
Бетон	ω_1	979,23	826,74	15,6
	ω_2	4032,80	3306,98	18,0
	ω_3	9420,23	7440,70	21,0
Фібробетон, 1,0 %	ω_1	1071,96	898,76	16,1
	ω_2	4419,03	3595,05	18,6
	ω_3	10214,62	8088,87	20,8

Ці ж частоти, визначені трьома способами — експериментально, за аналітичними формулами та по викладеному алгоритму ЧА МГЕ — наведені у табл. 3.5

Таблиця 3.5

Експериментальні та аналітичні результати

Матеріал	Частота, с^{-1}	Експеримент	Аналітичний розрахунок	
			За формулами [100]	ЧА МГЕ [112]
Бетон	ω_1	979,23	826,74	825,16
	ω_2	4032,80	3306,98	3301,11
	ω_3	9420,23	7440,70	7419,70
Фібробетон, 1,0 %	ω_1	1071,96	898,76	896,84
	ω_2	4419,03	3595,05	3587,00
	ω_3	10214,62	8088,87	8061,04

Як випливає з табл. 3.5, спектр власних частот, отриманий за допомогою ЧА МГЕ, дещо нижчий, ніж отриманий за формулою класичної механіки, але розбіжність не перевищує 1 %, тому нею можна знехтувати.

У всіх аналітичних розрахунках враховувалось наявність стержневої арматури шляхом обчислення приведенного моменту інерції поперечного перерізу, який для досліджуваних балок виявився в 1,87 рази більше, ніж момент інерції без урахування арматури. Наявність фібри зробило вкрай незначний вплив на величину приведенного моменту інерції, тому в аналітичних розрахунках не враховувалося.

3.4. Комп'ютерне моделювання та скінчено-елементний модальний аналіз балок

Для комп'ютерного моделювання залізобетонних та фібробетонних балок і подальшого визначення власних частот і форм коливань в роботі

використані чотири програмних комплекси – ЛІРА-САПР [116], SCAD [117], ANSYS [118, 119] і SOFiSTiK [120].

Оскільки перші два комплекси є вітчизняними продуктами, і добре відомі в нашій країні, зупинимося докладніше на можливостях ANSYS і SOFiSTiK для вирішення завдань динаміки.

3.4.1. Динамічні розрахунки в програмі ANSYS

Динамічний аналіз використовується для визначення дії на конструкцію або її складові частини навантажень, що залежать від часу. На відміну від статичних розрахунків в цьому типі аналізу береться до уваги розсіювання енергії і інерційні ефекти змінних в часі навантажень.

Прикладами таких навантажень є:

- циклічні навантаження (обертові частини устаткування);
- раптово прикладені навантаження (удар або вибух);
- випадкові навантаження (землетрус);
- будь-які інші змінні навантаження.

Завдання, пов'язані з коливаннями, грають найважливішу роль при аналізі поведінки будь-якої конструкції. Тільки динамічні розрахунки дозволяють досконально вивчити цілий ряд прикладних проблем.

Колівання класифікуються за рядом ознак:

- за способом збудження розрізняють вільні коливання, змушені, параметричні і автоколивання;
- по виду деформацій, що виникають в елементах коливної системи; зокрема, стосовно стрижневих систем розглядаються поздовжні, поперечні (згинальні) і крутильні коливання;
- відповідно до закону, за яким величина, що характеризує коливальний процес, змінюється в часі, розрізняють періодичні і неперіодичні коливання.

У свою чергу всі хиткі системи підрозділяються на системи з одним ступенем свободи, з кінцевим числом ступенів свободи і з нескінченним (інакше — системи з розподіленими параметрами). Будь-яка реальна

механічна система складається з нескінченного числа матеріальних точок, зв'язку між якими не є абсолютно жорсткими, тому число ступенів свободи реальної механічної системи нескінченно велике.

Для вирішення завдань динаміки застосовуються два основних способи:

- статичний, заснований на застосуванні рівнянь динамічної рівноваги, які відрізняються від рівнянь статичної рівноваги додатковим врахуванням (згідно з принципом Даламбера) сил інерції у вигляді твору мас або їх моментів інерції на прискорення;
- енергетичний, заснований на застосуванні закону збереження енергії, згідно з яким сума потенційної і кінетичної енергії пружної системи є величина постійна.

Трудомісткість динамічного розрахунку тієї чи іншої системи залежить насамперед від її числа ступенів свободи.

В ANSYS можна виконувати наступні види динамічних розрахунків: динаміка перехідних процесів, модальний аналіз, відгук на гармонійне вплив, спектральний аналіз і відгук на випадкову вібрацію.

Зупинимось докладніше на модальному аналізі, оскільки саме він виконаний в даній роботі.

Модальний аналіз дозволяє визначити власні частоти і форми коливань. Крім того, він використовується як вихідний для інших, більш докладних динамічних розрахунків, таких, як нестационарний динамічний аналіз або відгук системи на гармонійний вплив.

У програмі ANSYS модальний аналіз є лінійною процедурою. Будь-які нелінійності начебто пластичності або елементів зазору-контакту ігноруються, навіть якщо вони і задані. Доступні чотири методи виявлення власних форм коливань, в тому числі і з урахуванням демпфірування.

Модальний аналіз може проводитися для попередньо напружених конструкцій, таких, як лопатки обертового турбінного диска. Ще однією

корисною особливістю є врахування модальної циклічної симетрії, що дає можливість звести аналіз всієї конструкції до аналізу її частини.

Нелінійні скінчені елементи [121-123], якщо такі використовуються в моделі, трактуються як лінійні. Наприклад, жорсткість елементів контакту розраховується, виходячи з їх початкового положення, і потім не змінюється.

При виконанні модального аналізу задаються модуль Юнга і щільність матеріалу, який передбачається лінійним, ізотропним або ортотропним, з властивостями, залежними або незалежними від температури.

При визначенні власних форм коливань можна використовувати чотири методи: скорочений, підпросторовий, несиметричний (для задач з несиметричною матрицею, наприклад, при взаємодії рідини з конструкцією) і декрементний (коли не можна знехтувати тертям, наприклад, при аналізі руху по опорній поверхні).

Для більшості додатків потрібно вибрати між двома методами: скороченим і підпросторових. Перший з них працює швидше, так як використовує скорочену (згущену) систему матриць для отримання рішення. Однак у порівнянні з другим методом він менш точний.

Файл результатів розрахунку містить власні частоти і форми коливань, а також відповідні напруги і зусилля.

Будь-яка досить тривала циклічна навантаження викликає гармонійний відгук механічної системи. Аналіз реакції на гармонійне вплив дає можливість визначити сталий відгук лінійної механічної системи на синусоїдальну навантаження і, таким чином, оцінити здатність системи протистояти резонансним явищам, втомного руйнування і іншим шкідливим ефектам вібрації.

Основна ідея методу полягає в тому, щоб отримати відгук системи при декількох частотах і побудувати залежність певних параметрів (зазвичай переміщень) від частоти, потім виявити частоту, при якій реакція максимальна, і отримати значення напружень при цій частоті.

Будь-які нелінійності системи ігноруються. Аналіз можна проводити для попередньо напруженої конструкції.

Використовуються три методи вирішення: повний, скорочений і метод суперпозиції форм коливань. (В якості ще одного методу можна використовувати проведення динамічного аналізу при гармонійному впливі.)

Повний метод - найпростіший; він використовує систему матриць завдання (як симетричних, так і несиметричних) цілком, без їх редукції. Переваги методу: немає необхідності вибирати головні ступені свободи і форми коливань; всі переміщення і напруження обчислюються за один "прохід"; доступні всі види навантажень. Основний недолік: значні витрати часу в порівнянні з двома іншими методами.

Скорочений метод дає можливість використовувати головні ступені свободи і матриці зменшених розмірностей. Після визначення переміщень для головних ступенів свободи виконується другий етап рішення: отримання значень переміщень, зусиль, напружень для повного набору ступенів свободи. Цей метод застосовується для розгляду гармонійного відгуку попередньо напружених конструкцій (наприклад, термічно оброблені деталі із залишковими напруженнями).

Метод суперпозиції рішень використовує результати модального аналізу для розрахунку відгуку системи на гармонійну навантаження.

Динамічний аналіз використовується для визначення реакції конструкції (у вигляді переміщень, деформацій, напружень і зусиль) на дію довільної навантаження, мінливої в часі таким чином, що доводиться враховувати інерційні ефекти і процеси розсіювання енергії.

Цей вид аналізу набагато складніший, ніж статичний, тому, взагалі кажучи, необхідно випереджати виконання аналізу роботою по вивченню фізики проблеми, що може істотно скоротити витрати інженерного праці та комп'ютерні ресурси. Така робота може складатися з наступних етапів:

- аналіз більш простих моделей (у багатьох випадках розрахункові моделі з пружин, мас і балок виявляються достатніми для отримання динамічного відгуку складної конструкції);
- проведення статичного аналізу перед введенням нелінійностей (іноді можна переконатися, що в обліку нелінійності немає необхідності);
- виконання модального аналізу для оцінки реакції системи і визначення кроку рішення по часу;
- використання методу підконструкцій для лінійних частин системи.

Використовуються три методи проведення динамічного аналізу: повний, скорочений і метод суперпозиції форм коливань. Повний метод є найбільш потужним, так як допускає додаток навантажень всіх видів (у тому числі завдання ненульових переміщень, що рекомендується робити з обережністю) і дозволяє включати всі види нелінійностей (пластичність, великі деформації, зміщення і ін.). Два інших методу припускають сталість кроку по часу протягом усього перехідного процесу і допускають використання нелінійності тільки у вигляді елементів зазору для моделювання простого контакту типу "вузол до вузла", але зазвичай працюють швидше повного методу.

Точність рішення визначається кроком інтегрування: чим менше крок, тим вище точність. Занадто великий крок призводить до помилок, що впливає на відгук системи на високих частотах (і, таким чином, на відгук в цілому). Надмірно малий крок призводить до непотрібних витрат часу. При виборі оптимального кроку за часом слід керуватися такими міркуваннями.

1. Використовувати приблизно 20 точок на період найбільш високої частоти з тих, що представляють інтерес.
2. Крок за часом повинен бути досить малим, щоб з прийнятною точністю описувати функцію навантаження.
3. При вирішенні задач контактної взаємодії крок рішення потрібно вибирати таким чином, щоб правильно відобразити тривалість імпульсу. Для мінімізації енергетичних втрат необхідно розбивати час контакту, наразі, на

30 інтервалів. Якщо час контакту і маса тіл, що вдаряються, відповідно багато менше загального часу перехідного процесу і маси системи, то число інтервалів може бути менше 30, так як в цьому випадку втрати енергії незначні. При використанні скороченого методу і методу суперпозиції таких інтервалів не повинно бути менше 7, щоб гарантувати стійкість рішення.

4. Якщо становить інтерес поширення хвилі по конструкції, то на довжині хвилі має бути не менше 20 елементів.

У наведених рекомендаціях є винятки, пов'язані зі зміною жорсткості системи при навантаженні.

Використання процедури автоматичного вибору кроку дає можливість програмі змінювати його величину в процесі рішення в залежності від частоти відгуку і впливу нелінійностей, що зменшує загальне число кроків і зберігає ресурси комп'ютера. Проте, в ряді випадків (системи з домінуючим впливом низьких частот, сейсмічне збудження, переважання кінематичного руху над вібраційним і т. п.) застосування цієї процедури не дає переваг.

Для більшості механічних систем характерно згасання коливань, параметри якого повинні бути задані під час проведення динамічного аналізу. У програмі ANSYS можна встановити такі види демпфірування:

- альфа- і бета-демпфірування (релеєвське загасання), коли матриця демпфірування визначається як сума добутків матриці мас і матриці жорсткості на коефіцієнти a і b відповідно;
- завдання коефіцієнта загасання b як властивості матеріалу конструкції;
- постійний коефіцієнт загасання у вигляді відношення розрахункової величини демпфірування до критичної;
- модальне демпфірування, тобто завдання різних коефіцієнтів демпфірування для різних форм коливань;
- за допомогою скінчених елементів з в'язким демпфуванням, таких, як COMBIN7, COMBIN14, COMBIN37, COMBIN40 і ін.

3.4.2. Програмний комплекс SOFiSTiK

SOFiSTiK — це багатофункціональний робочий інструмент, призначений для МСЕ-аналізу будівельних конструкцій і забезпечує можливість виконання повного переліку завдань в будівельному проектуванні. Функціонал цього ПК дає можливість вираховувати ПДВ компонентів конструкцій проєктованих споруд, визначати відповідний вид армування, оптимізувати перетину елементів з металу, проводити Геотехнічний аналіз, CFD-аналіз динамічних впливів вітру, розрахунки теплотехнічних показників і т. д.

У процесі розробки проєктів будівель різного типу зустрічаються особливо поширені завдання, такі як:

- статичний розрахунок несучих здібностей ґрунту і конструкцій;
- спектральний аналіз;
- модальний аналіз;
- обчислення проєктної міцності компонентів.

У програмі SOFiSTiK для вирішення завдань динаміки є спеціальний модуль — DYNA. Він може бути використаний при статичному аналізі розрахункової системи, але перш за все, він застосовується при динамічному аналізі об'ємних розрахункових систем. Даний модуль вирішує наступні завдання (для вирішення деяких з них може знадобитися спеціальна ліцензія):

- Статичний аналіз випадків завантаження LC, що впливають на об'ємні, плоскі і аксіально-симетричні (через систему проходить кілька осей симетрії) розрахункові системи
- Статичний аналіз випадків завантаження LC слідом за розрахунком системи з теорії другого порядку
- Розрахунок частот власних коливань об'ємних систем
- Розрахунок власних значень втрати стійкості об'ємних систем
- Неявне пряме інтегрування рівнянь динаміки розрахункових систем з довільним демпфуванням

- Явна пряме інтегрування рівнянь динаміки
- Взаємодія навантажень від залізничного складу і від вітру
- Взаємодія моделей ґрунту з SBFEM - Scaled Boundary Finite Element Method / Створення розрахункової ділянки в кінцево-елементної моделі ґрунту
- Інтегрування рівнянь руху шляхом накладення (суперпозиція) форм коливань
- Розрахунок стійких коливань і спектра вимушених коливань

Статична система зберігається в базі даних після того, як вона буде згенеровано, наприклад, модулем SOFiMSHA, SOFiMSHC або SOFiPLUS.

У модулі DYNA обробляються наступні елементи розрахункової системи:

- Точкові маси (тільки не діагональні / похилі елементи системи)
- Об'ємні вигнуті в дугу балки призматичного перетину, деформації кручення і елементи підстави (пали, баластний шар)
- Елементи ферм і кабелі / нитки
- Пружинні елементи, граничні і гнучкі FLEX елементи
- SBFEM - Scaled Boundary Finite Element Method / Створення розрахункової ділянки в кінцево-елементної моделі ґрунту
- Демпфіруючі елементи
- Оболонкові елементи
- Елементи ґрунтового масиву в 3D

При явному інтегруванні системи не всі її елементи піддаються обробці модулем DYNA. За даних умов обробки піддаються тільки кабельні, пружинні, об'ємні BRIC елементи і елементи ферми TRUSS. Комбінування навантажень (вітер, рухомий залізничний склад, ґрунти) поза зоною досяжності. Однак розглянутий модуль враховує геометричні та фізичні нелінійності розрахункової системи.

Результати динамічного аналізу розрахункової системи, включаючи її форми коливань, зберігаються в базі даних у вигляді переміщень і напружень, що виникають від відповідного випадку завантаження LC.

Форми коливань, крім першого способу, можуть бути отримані після проведення відповідного розрахунку в модулі ASE, результати якого також зберігаються в базі даних програми.

Залежно від цілей проведення динамічного аналізу, модуль DYNA здатний виділити максимальне і мінімальне значення з усіх отриманих в результаті розрахунку переміщень, швидкостей або прискорень, а також внутрішніх зусиль і моментів. В кінцевому підсумку користувач може спостерігати зміни цих параметрів у часі, враховуючи при цьому ступеня свободи елемента, що розглядається розрахункової системи або системи в цілому.

Швидкість рішення і що протікають в процесі його пошуку відповідних операцій залежить від потужності обчислювальної машини ПК. Одним з головних параметрів ПК для забезпечення високої швидкості розрахунку / аналізу системи є достатня кількість оперативної пам'яті. Модальний розрахунок або розрахунок форм коливань, що перетворює власні значення, отримані після розрахунку в модулі ASE, що не залежать від нестачі оперативної пам'яті в ПК.

3.4.3. Результати моделювання та динамічних розрахунків балок у програмах ANSYS та SOFiSTiK

Розрахункові схеми та чисельні вихідні дані були наведені в попередніх розділах роботи. Виходячи з них, були побудовані комп'ютерні моделі балок з бетону та фібробетону при однаковому армуванні стрижневою арматурою.

На рис. 3.12 наведені форми власних коливань, отримані в ANSYS.

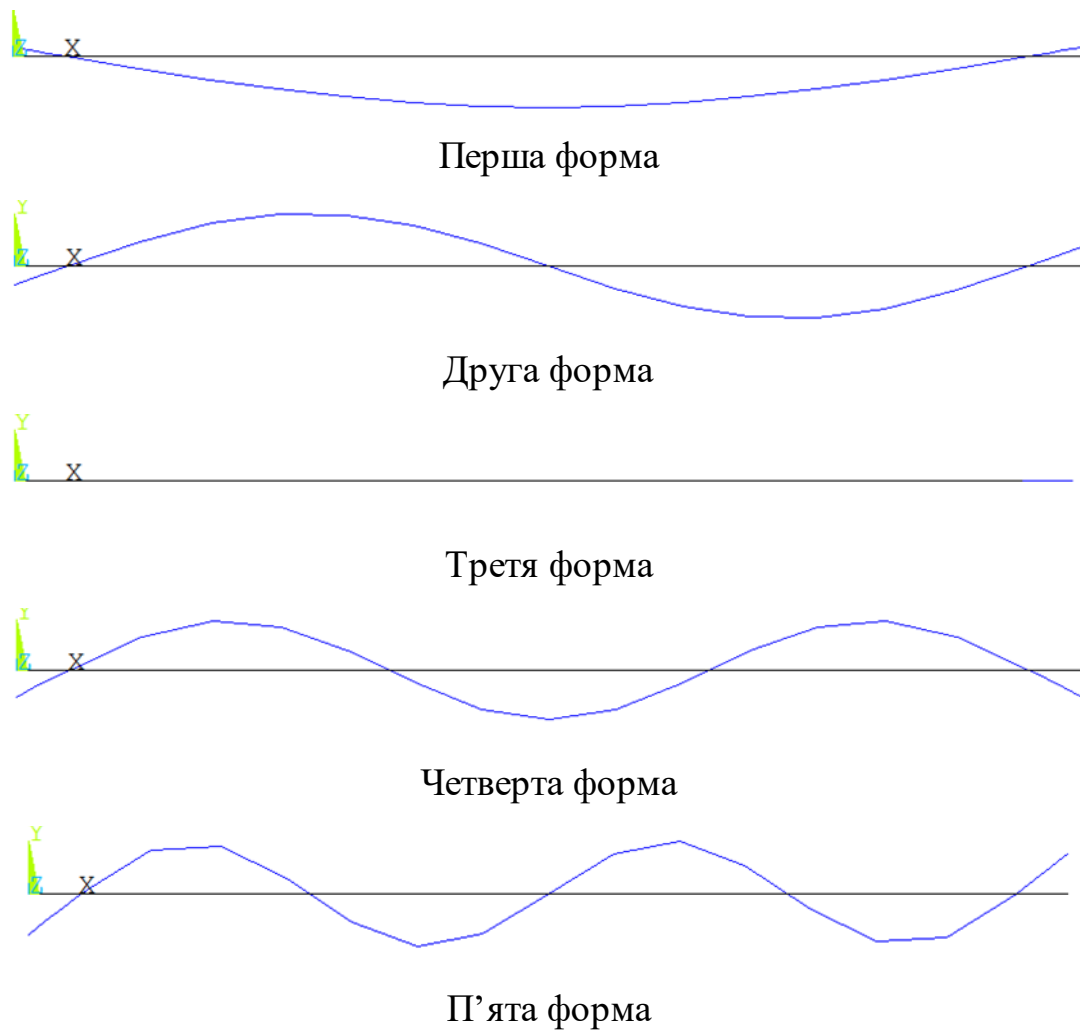
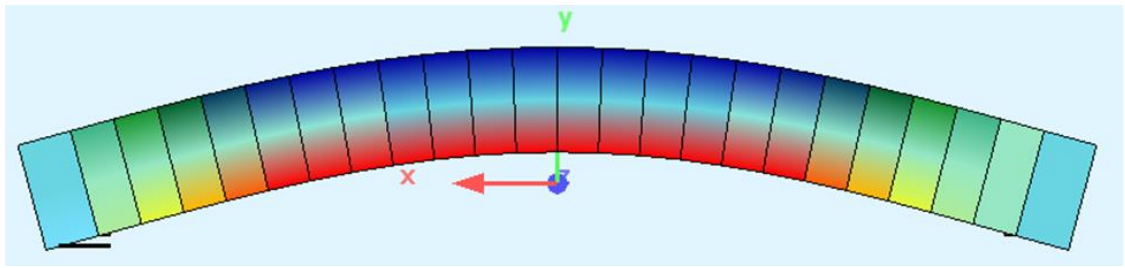


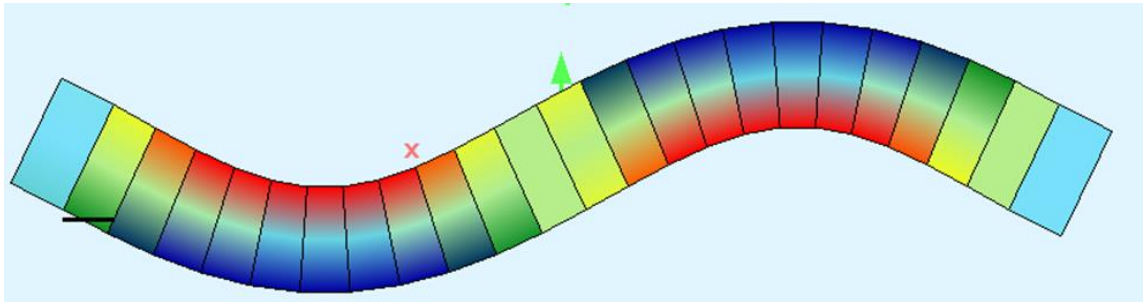
Рис. 3.12. Форми власних коливань, отримані в ANSYS

Незважаючи на те, що всі чотири програмних комплекси реалізують метод скінчених елементів, процес розв'язання задачі в кожному з них має свої особливості, які незначно, але все ж таки впливають на результат. Основні з них: по-перше, в різних програмах задіяні різні скінчені елементи; по-друге – відрізняються процеси побудови скінчено-елементної сітки и, як наслідок, кількість скінчених елементів при однаковій геометричній моделі конструкції.

Аналогічні форми власних коливань, отримані в SOFiSTiK, наведені на рис. 3.13.



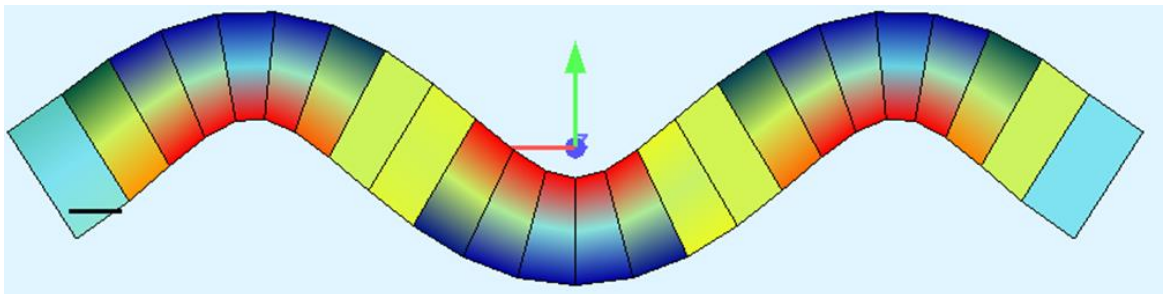
Перша форма



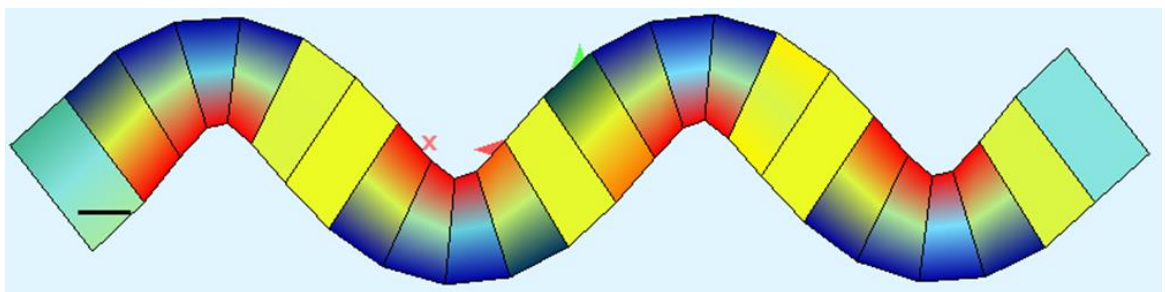
Друга форма



Третя форма



Четверта форма



П'ята форма

Рис. 3.13. Форми власних коливань, отримані в SOFiSTiK

Значення власних частот коливань бетонної та фібробетонної балок, обчислені у чотирьох програмних комплексах, наведені у табл. 3.6, 3.7.

Таблиця 3.6

Порівняння результатів розрахунку
частот власних коливань залізобетонної балки

Частота	ЛІРА-САПР	SCAD	ANSYS	SOFiSTiK
1	820,82	820,82	820,08	789,25
2	3265,57	3259,13	3250,14	3139,65
3	3860,0	3812,40	3831,0	3711,85
4	7279,58	7188,43	7209,18	7159,29
5	12749,66	11364,11	12659,30	12259,82

Таблиця 3.7

Порівняння результатів розрахунку
частот власних коливань фібробетонної балки

Частота	ЛІРА-САПР	SCAD	ANSYS	SOFiSTiK
1	867,08	867,00	866,28	833,73
2	3470,50	3461,22	3455,48	3337,06
3	4080,60	4021,67	4051,64	3923,43
4	7808,29	77724,56	7727,86	7507,05
5	13477,53	12096,22	13386,41	12959,54

Усі задіяні комплекси визначають уявну частоту і уявну форму коливань (третя на рис. 3.12, 3.13). Такий ефект відзначений у роботах багатьох дослідників [124] як один з недоліків методу скінченних елементів.

Наведені вище результати розрахунків були отримані при початковому модулю пружності, тобто відповідають стану балок без зовнішнього навантаження.

3.5. Аналітичне визначення частот коливань балок з урахуванням нелінійної діаграми деформування

На відміну від конструкцій, виготовлених з лінійно-деформованого матеріалу, де модуль пружності приймається постійним протягом всього життєвого циклу конструкції, в залізобетонних та фібробетонних конструкціях модуль пружності є величиною змінною, і його величина зменшується в міру збільшення навантаження.

У першому випадку, коли $E = const$, в класичній динаміці спектр власних частот вважається постійним. Цей спектр, власні форми коливань і швидкості загасання є індивідуальними характеристиками будь-якої системи, і ніяк не залежать від зовнішніх впливів. Всі три зазначених динамічних фактори мають найважливіше значення, оскільки визначають поведінку системи при будь-яких інших видах коливань — вимушених, сейсмічних, параметричних.

У другому випадку всі три параметри є змінними, і безпосередньо залежать від навантажень, прикладених до системи. А це означає, що всі динамічні розрахунки залізобетонних та фібробетонних конструкцій повинні бути "прив'язані" до нелінійної діаграми деформування.

Виходячи з цих міркувань, нами був виконаний комплекс аналітичних і експериментальних досліджень балок і плит, результатом яких стало визначення спектрів власних частот і відповідних форм коливань з урахуванням нелінійної діаграми деформування.

В результаті статистичної обробки результатів випробувань отримані значення призмової і кубикової міцності бетону і фібробетону.

Графік залежності $\sigma - \varepsilon$ показаний на рис. 3.14.

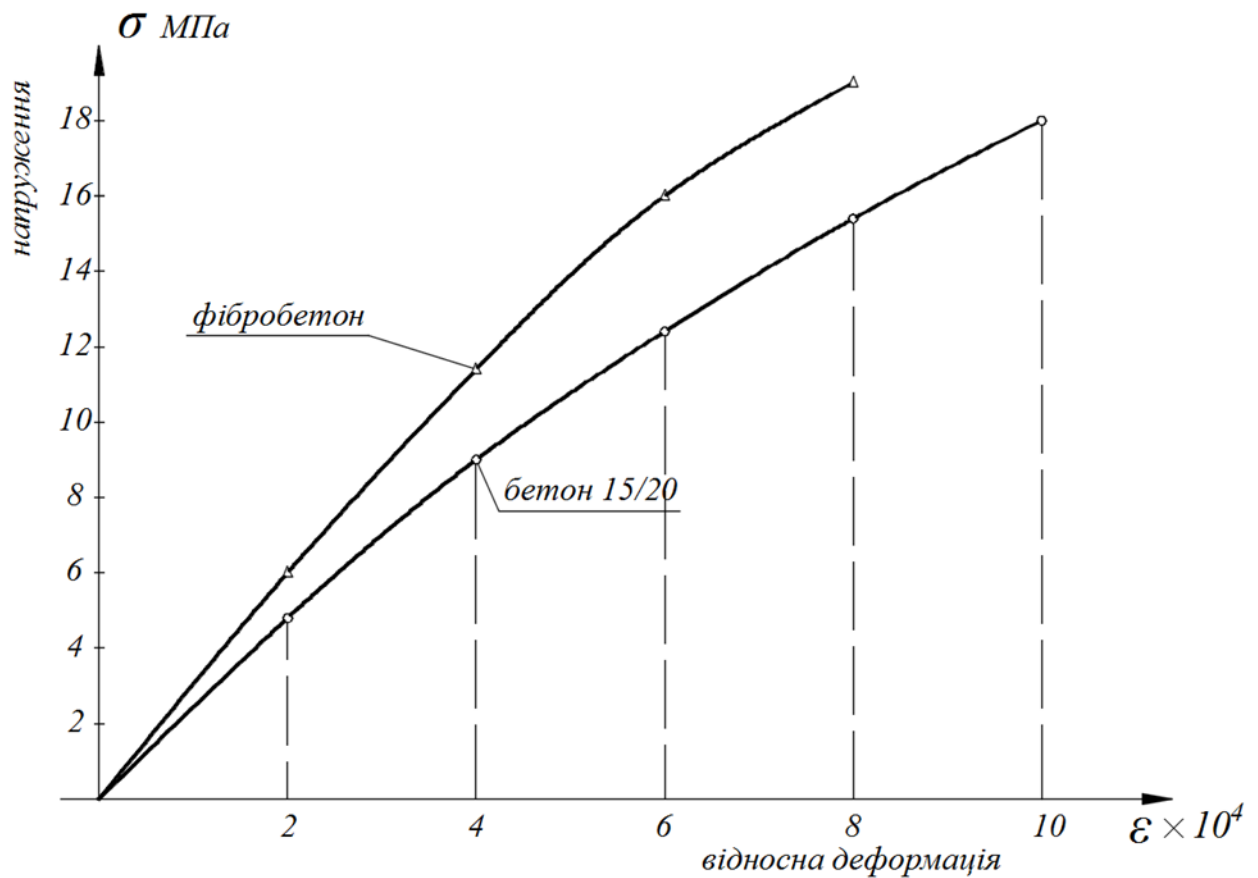


Рис. 3.14. Графік залежності $\sigma - \varepsilon$

На першій ділянці діаграма (рис. 3.14) носить лінійний характер, тому тангенс кута її нахилу до горизонтальної осі представляє собою початковий модуль пружності. Його значення дозволило експериментально визначити спектр частот залізобетонної балки в її ненавантаженому стані і порівняти з результатами, отриманими аналітичними методами (табл. 3.4).

Потім діаграма стає нелінійною, в її характерних точках були обчислені відповідні модулі пружності, а потім виконані аналітичні та чисельні розрахунки при цих вихідних даних. До речі, жодна з задіяних програм не виконує модальний аналіз з урахуванням нелінійності, тому обидва розрахунки виконувалися «по точках».

Отже, на наступному етапі досліджувалися вільні коливання залізобетонних та фібробетонних балок з урахуванням нелінійної діаграми деформування (рис. 3.14). Для цього балки поступово навантажували рівномірно розподіленими по верхній поверхні вантажами до рівня

максимальних напружень, які відповідають характерним точкам діаграми — деформаціям $\varepsilon_1 = 2 \cdot 10^{-4}$, $\varepsilon_2 = 4 \cdot 10^{-4}$, $\varepsilon_3 = 6 \cdot 10^{-4}$, $\varepsilon_4 = 8 \cdot 10^{-4}$, $\varepsilon_5 = 10 \cdot 10^{-4}$. В якості вантажів використовувалися товсті металеві пластини.

При цьому отримані наступні результати для залізобетонних балок:

при $\varepsilon_1 = 2 \cdot 10^{-4}$:

$$\omega_1 = 66865 \sqrt{\frac{I}{m}}; \quad \omega_2 = 267460 \sqrt{\frac{I}{m}}; \quad \omega_3 = 601782,5 \sqrt{\frac{I}{m}};$$

при $\varepsilon_2 = 4 \cdot 10^{-4}$:

$$\omega_1 = 60178,5 \sqrt{\frac{I}{m}}; \quad \omega_2 = 240714 \sqrt{\frac{I}{m}}; \quad \omega_3 = 541604,3 \sqrt{\frac{I}{m}};$$

при $\varepsilon_3 = 6 \cdot 10^{-4}$:

$$\omega_1 = 54829,3 \sqrt{\frac{I}{m}}; \quad \omega_2 = 219317,2 \sqrt{\frac{I}{m}}; \quad \omega_3 = 493461,7 \sqrt{\frac{I}{m}};$$

при $\varepsilon_4 = 8 \cdot 10^{-4}$:

$$\omega_1 = 51887,0 \sqrt{\frac{I}{m}}; \quad \omega_2 = 207549,0 \sqrt{\frac{I}{m}}; \quad \omega_3 = 466983,2 \sqrt{\frac{I}{m}};$$

при $\varepsilon_5 = 10 \cdot 10^{-4}$:

$$\omega_1 = 48142,8 \sqrt{\frac{I}{m}}; \quad \omega_2 = 192571,2 \sqrt{\frac{I}{m}}; \quad \omega_3 = 433283,4 \sqrt{\frac{I}{m}}.$$

Графік зміни першої власної частоти коливань залізобетонної балки показаний на рис 3.15.

Аналогічні результати для фібробетонних балок:

при $\varepsilon_1 = 2 \cdot 10^{-4}$:

$$\omega_1 = 80238 \sqrt{\frac{I}{m}}; \quad \omega_2 = 320952 \sqrt{\frac{I}{m}}; \quad \omega_3 = 722139 \sqrt{\frac{I}{m}};$$

при $\varepsilon_2 = 4 \cdot 10^{-4}$:

$$\omega_1 = 77028,5 \sqrt{\frac{I}{m}}; \quad \omega_2 = 308113,9 \sqrt{\frac{I}{m}}; \quad \omega_3 = 693253,4 \sqrt{\frac{I}{m}};$$

при $\varepsilon_3 = 6 \cdot 10^{-4}$:

$$\omega_1 = 71411,8 \sqrt{\frac{I}{m}}; \quad \omega_2 = 285647,3 \sqrt{\frac{I}{m}}; \quad \omega_3 = 642703,7 \sqrt{\frac{I}{m}};$$

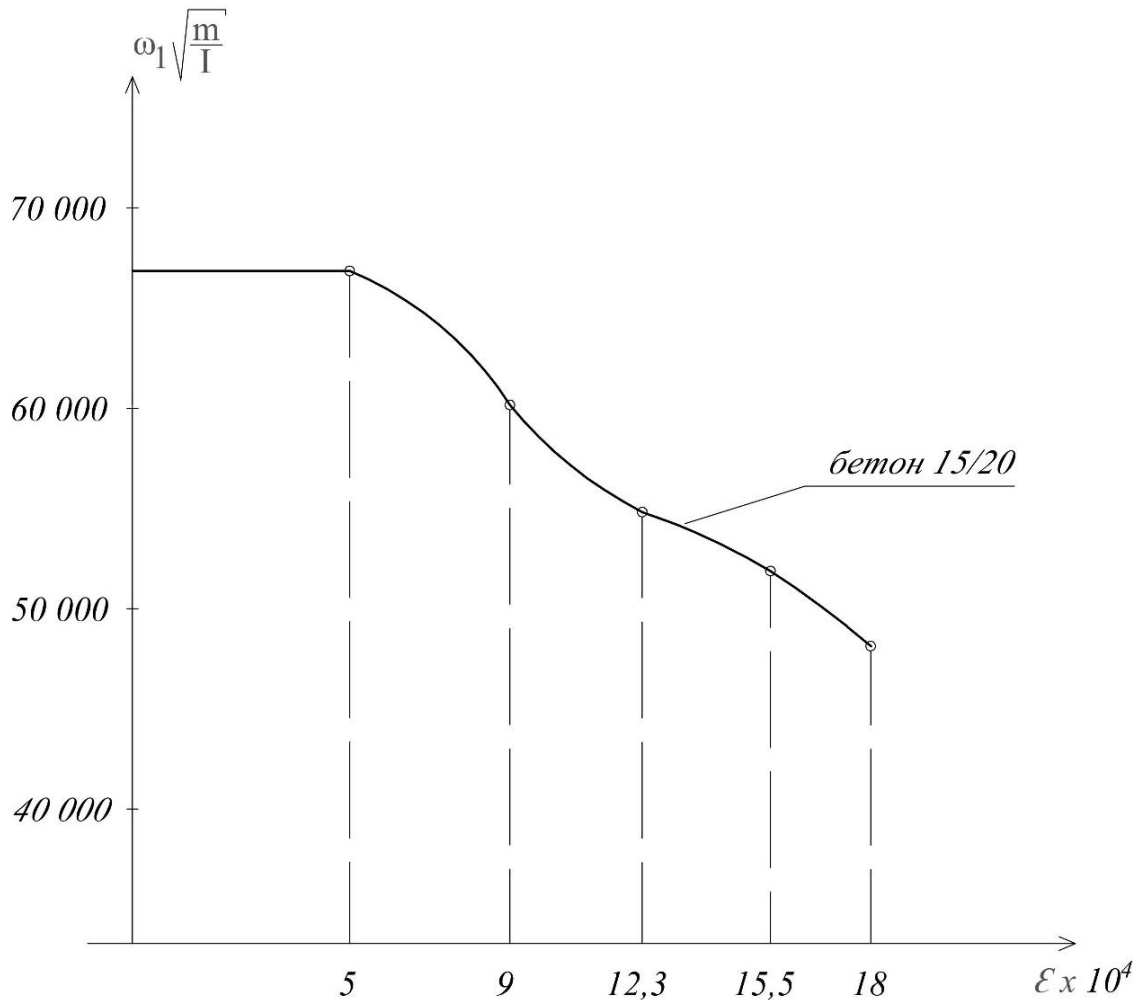


Рис. 3.16. Нижча власна частота залізобетонної балки

при $\varepsilon_4 = 8 \cdot 10^{-4}$:

$$\omega_1 = 63655,5 \sqrt{\frac{I}{m}}; \quad \omega_2 = 254621,9 \sqrt{\frac{I}{m}}; \quad \omega_3 = 572896,9 \sqrt{\frac{I}{m}};$$

при $\varepsilon_5 = 10 \cdot 10^{-4}$:

$$\omega_1 = 56166,6 \sqrt{\frac{I}{m}}; \quad \omega_2 = 224666,4 \sqrt{\frac{I}{m}}; \quad \omega_3 = 505497,3 \sqrt{\frac{I}{m}}.$$

Графік зміни першої власної частоти коливань фібробетонної балки показаний на рис. 3.16.

Порівняння графіків зміни першої власної частоти коливань бетонної та фібробетонної балок показує їх суттєву відмінність, яка виявляється на момент початку тріщиноутворення.

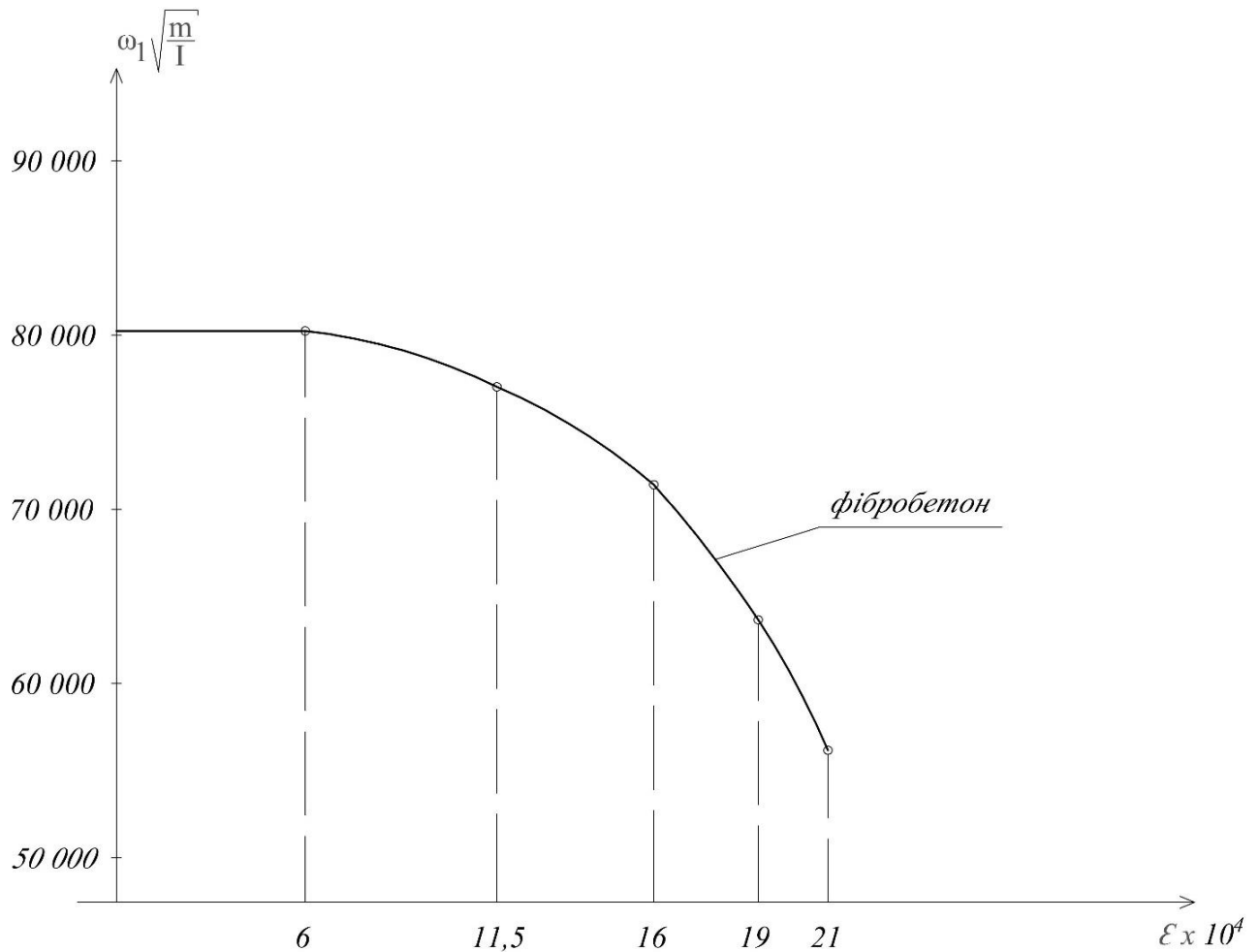


Рис. 3.16. Нижча власна частота фібробетонної балки

Комп'ютерне моделювання та чисельні розрахунки з урахуванням нелінійної діаграми деформування матеріалу виконані у двох програмах.

Їх результати наведені у табл. 3.8 (бетон) і табл. 3.9 (фібробетон).

Таблиця 3.8

Власні частоти залізобетонної балки у характерних точках діаграми

<i>E</i>	$2,5 \cdot 10^4 \text{ МПа}$		$2,25 \cdot 10^4 \text{ МПа}$		$2,05 \cdot 10^4 \text{ МПа}$		$1,94 \cdot 10^4 \text{ МПа}$	
№	ЛІРА	SOFiSTiK	ЛІРА	SOFiSTiK	ЛІРА	SOFiSTiK	ЛІРА	SOFiSTiK
1	761,6	732,3	505,2	485,8	430,8	414,4	263,8	253,9
2	2982,0	2867,4	1978,0	1900,1	1686,9	1624,0	1033,0	993,3
3	3607,6	3468,8	2393,0	2301,0	2040,8	1962,3	1249,7	1202,8
4	6483,8	6240,4	4300,8	3071,4	3667,8	3530,1	2246,1	2159,6
5	10859,2	10441,3	7203,4	6923,1	6143,1	5918,2	3761,8	3620,6

Таблиця 3.9

Власні частоти фібробетонної балки у характерних точках діаграми

<i>E</i>	$3 \cdot 10^4 \text{ МПа}$		$2,88 \cdot 10^4 \text{ МПа}$		$2,67 \cdot 10^4 \text{ МПа}$		$2,38 \cdot 10^4 \text{ МПа}$	
№	ЛІРА	SOFiSTiK	ЛІРА	SOFiSTiK	ЛІРА	SOFiSTiK	ЛІРА	SOFiSTiK
1	662,6	637,1	520,3	501,0	419,5	403,4	252,1	242,4
2	2597,3	2498,1	2052,6	1975,6	1642,3	1580,6	1005,9	968,1
3	3138,2	3014,4	2479,5	2384,6	1986,4	1910,0	1211,4	1165,5
4	5642,2	5430,2	4463,5	4291,8	3571,3	3433,9	2187,0	2102,9
5	9455,2	9092,3	7471,6	7191,5	5975,6	5746,1	3658,5	3520,7

3.6. Висновки по розділу

Проведені дослідження й установлені закономірності зміни ударної в'язкості й коефіцієнта динамічної міцності дрібнозернистого бетону залежно від типу сталевих фібри й відсотка дисперсного армування. У якості армуючої фази використовувалися три типи фібри — із загнутими кінцями, хвильова й плющена. Установлене, що ударна в'язкість суттєво зростає при наявності фібри, але тип фібри не виявляє на неї практично ніякого впливу. Зразки, армовані зі змістом фібри 1,0 і 1,5 % незначно відрізняються по ударній в'язкості, що дає підставу рекомендувати 1,0 відсоток дисперсного армування за обсягом, як при статичних навантаженнях, так і при динамічних.

Для проведення експериментальних досліджень з визначення частот і форм власних коливань конструкцій за участю автора розроблено випробувальний стенд MODAL-2. Для його верифікації досліджувалися вільні коливання сталевих балок різної довжини з шарнірним обпиранням по кінцях і однаковим поперечним перерізом — двутавр №20. Для таких балок частоти власних коливань легко визначити аналітичним шляхом, тому результати першого етапу розглядалися в якості тестових.

Результати експерименту і аналітичного розрахунку практично однакові для нижчої частоти коливань, а потім розбіжність збільшується, але для дослідженого діапазону частот залишається в допустимих межах, що свідчить про коректну роботу випробувального стенду і можливості його застосування для подальших експериментів.

Аналіз результатів аналітичного розрахунку балок, їх чисельного розрахунку і експериментальних даних показує наступне:

- спектр частот, обчислений методом скінченних елементів (ПК ЛІРА) приблизно на 4 % нижчий, чим обчислений аналітично;
- результати розрахунку в SOFiSTiK на 2 % відрізняються від результатів, отриманих в ПК ЛІРА;
- розбіжність з експериментальними даними досягає 20 %, причому, усі частоти, обчислені експериментально, більші частот, обчислених аналітично або методом скінченних елементів.

РОЗДІЛ 4

ДИНАМІКА ЗАЛІЗОБЕТОННИХ І ФІБРОБЕТОННИХ ПУСТОТНИХ ПЛИТ ПЕРЕКРИТТЯ І АЕРОДРОМНИХ ПЛИТ

4.1. Моделі пустотних плит і механічні характеристики використовуваних матеріалів

Вивченню поведінки залізобетонних плит при статичній дії зовнішніх навантажень присвячена велика кількість як теоретичних, так і експериментальних робіт вітчизняних і зарубіжних вчених [125-129]. Питання динаміки пустотних плит, втім, як і інших залізобетонних конструкцій, висвітлені набагато гірше [130-134].

Такий стан, очевидно, пояснюється тим, що динамічні розрахунки залізобетонних конструкцій пов'язані з рішенням цілого комплексу питань: визначення параметрів динамічних навантажень; граничних станів і способів їх нормування; облік зміни характеристик міцності та деформативних характеристик бетону та арматури; визначення зусиль в конструкціях і ін. Істотний внесок в динамічні параметри залізобетонних конструкцій вносить характер армування. Цей факт добре відомий, але досі не вивчений досконально ні кількісно, ні якісно.

Деякі автори стверджують, наприклад, що реальний внесок армування залізобетонних плит в кілька разів перевищує внесок, отриманий при розрахунках за існуючими теоретичним методикам [135]. А вплив дисперсного армування, зокрема, сталеві фібри, на динамічні параметри вивчено і того менше [136, 137].

При вирішенні практично будь-якого завдання динаміки виникає необхідність у визначенні власних частот і форм коливань, що природно, оскільки ці параметри визначають поведінку системи і при інших видах динамічних впливів. Стосовно до пластин і плит це завдання має аналітичне рішення для граничних умов Леві [100] і чисельно-аналітичне рішення методом граничних елементів при будь-яких граничних умовах [112]. Однак в цих роботах мова йде про ізотропні пластини, без урахування специфіки

залізобетону, наявності арматури, пустот в плитах, додаткового дисперсного армування і т. п.

Виготовлена серія моделей багатопустотних плит перекриття (рис. 4.1) з армуванням стрижневий арматурою класу А III. Геометричні розміри моделі зменшені в два рази по відношенню до розмірів серійної плити. При цьому з технологічних міркувань (розміри фібри), модельні плити мають 5 пустот, а не 6, як у серійних плит. На попередньому етапі досліджень з бетону і фібробетону тих же замісів підготовлені для дослідження кубикові зразки $100 \times 100 \times 100$ мм, які випробувані на стиск до руйнування, що дозволило встановити клас бетону (С16 / 20) відповідно до норм (великий заповнювач фракції менше 10 мм).

В процесі випробувань були визначені різні фізико-механічні характеристики двох матеріалів, в тому числі, і ті, які необхідні для динамічних розрахунків:

для фібробетону:

щільність – $\rho = 2350 \text{ кг/м}^3$;

початковий модуль пружності – $E = 3,1 \cdot 10^4 \text{ МПа}$;

коефіцієнт Пуассона – $\mu = 0,18$;

для бетону:

щільність – $\rho = 2500 \text{ кг/м}^3$;

початковий модуль пружності – $E = 3,2 \cdot 10^4 \text{ МПа}$;

коефіцієнт Пуассона – $\mu = 0,2$.

Ці величини були використані в аналітичних розрахунках і при чисельному моделюванні. Строго кажучи, модуль пружності плити відмінний від модуля пружності матеріалу (бетону і фібробетону), і повинен визначатися відповідно до закону сумішей. Однак в даному випадку армування вкрай незначно, що дало підставу знехтувати цією відмінністю при виконанні розрахунків.

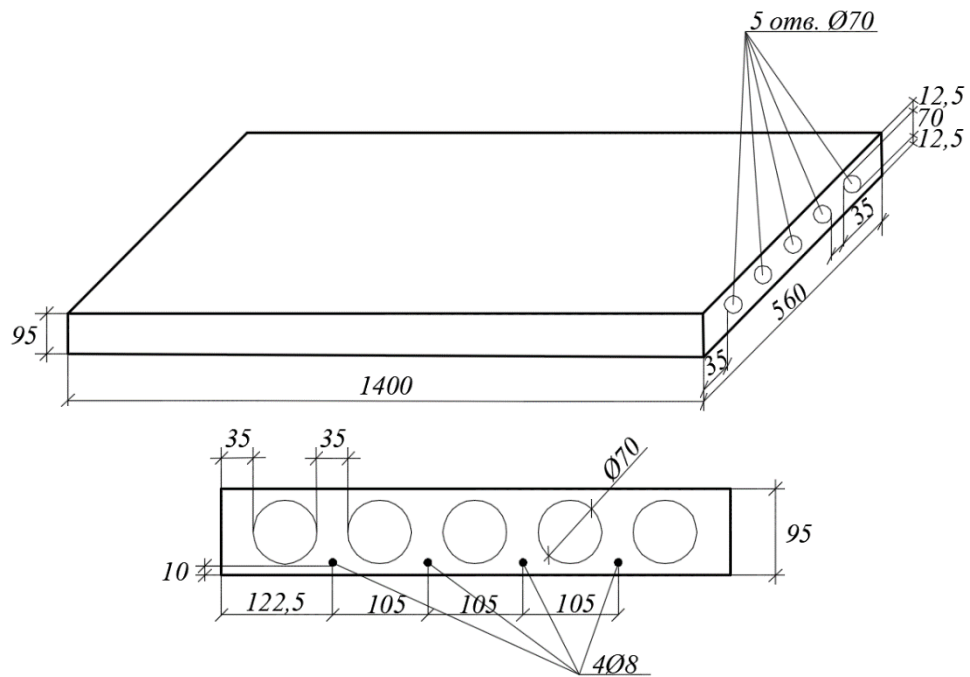


Рис. 4.1. Модель залізобетонної багатопустотної плити перекриття

Статичні випробування модельних плит із залізобетону проведені на спеціально змонтованому стенді. Схема навантаження показана на рис. 4.2. В процесі цих випробувань навантаження прикладалося ступенями, складовими 10% від розрахункової величини руйнівного навантаження.

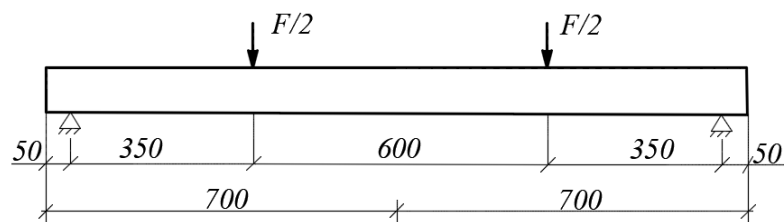


Рис. 4.2. Схема навантаження

У класичній динаміці показується, що вид диференціального рівняння вільних коливань при дії на систему постійних сил буде таким же, як і при їх відсутності, якщо зміщення тіла відраховувати від положення його статичної рівноваги [138]. А це означає, що в області пружних деформацій власна частота не залежить від зовнішнього статичного навантаження на конструкцію. В результаті статичних випробувань встановлено, що процес утворення тріщин в плитах починається на сьомому ступені навантажування,

при навантаженні 16,6 кН. Тут був зафіксований момент тріщиноутворення 2,94 кНм, однаковий для всіх випробуваних плит. Руйнівне навантаження склало 27,9 кН на сьомому ступені навантажування при моменті 15,41 кНм.

Таким чином, навантаження на початку тріщиноутворення становить приблизно 0,6 від фактичної величини руйнівного навантаження. Отже, при визначенні частот і форм вільних коливань залізобетонної плити можна виходити з того, що деформування носить пружний характер не тільки в відсутність зовнішнього статичного навантаження, але і при її зміні в інтервалі від 0 до 0,5 від фактичного руйнівного навантаження.

В процесі роботи нами були виконані аналітичні, комп'ютерні та експериментальні дослідження модельних пустотних плит (бетонних та фібробетонних) при двох варіантах граничних умов – шарнірному обпиранню по всьому контуру та шарнірному обпиранню по двох коротких сторонах і вільних двох інших сторонах, а також серійних пустотних плит (бетонної та фібробетонної) при шарнірному обпиранню по двох коротких сторонах і вільних двох інших сторонах.

4.2. Вільні коливання модельної пустотної плити

4.2.1. Бетонна плита, шарнірно обперта по чотирьох сторонах

Власні частоти визначаються за формулою (2.44):

$$\omega_{m,n} = \alpha^2 \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho(1-\mu^2)}} = \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho(1-\mu^2)}},$$

але її потрібно дещо перетворити, бо вона записана для суцільного перерізу плити. В даному випадку плита має пустоти, тому у виразі для сил інерції у цій формулі змінюємо h на h_{np} , що визначається за формулою

$$h_{np} = \frac{bh - 5\frac{\pi d^2}{4}}{b} = h - \frac{5\pi d^2}{4b} = 0,095 - \frac{5 \cdot 3,14 \cdot 0,07^2}{4 \cdot 0,56} = 0,061.$$

Тоді частоти набувають вигляду

$$\omega_{mn} = \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \sqrt{\frac{Eh_{np}^2}{12\rho(1-\mu^2)}}. \quad (4.1)$$

Обчислимо перші чотири частоти коливань за формулою (4.1):

$$\omega_{11} = 3,14^2 \left(\frac{1^2}{1,4^2} + \frac{1^2}{0,56^2} \right) \sqrt{\frac{3,2 \cdot 10^{10} \cdot 0,061^2}{12 \cdot 2500(1-0,2^2)}} = 2347,4c^{-1},$$

$$\omega_{21} = 3,14^2 \left(\frac{2^2}{1,4^2} + \frac{1^2}{0,56^2} \right) \sqrt{\frac{3,2 \cdot 10^{10} \cdot 0,061^2}{12 \cdot 2500(1-0,2^2)}} = 3318,8c^{-1},$$

$$\omega_{12} = 3,14^2 \left(\frac{1^2}{1,4^2} + \frac{2^2}{0,56^2} \right) \sqrt{\frac{3,2 \cdot 10^{10} \cdot 0,061^2}{12 \cdot 2500(1-0,2^2)}} = 8418,3c^{-1},$$

$$\omega_{22} = 3,14^2 \left(\frac{2^2}{1,4^2} + \frac{2^2}{0,56^2} \right) \sqrt{\frac{3,2 \cdot 10^{10} \cdot 0,061^2}{12 \cdot 2500(1-0,2^2)}} = 9389,6c^{-1}.$$

4.2.2. Фібробетонна плита, шарнірно обперта по чотирьох сторонах

За тією ж формулою (4.1), але при відповідних вихідних даних знайдемо перші чотири частоти власних коливань фібробетонної плити:

$$\omega_{11} = 3,14^2 \left(\frac{1^2}{1,4^2} + \frac{1^2}{0,56^2} \right) \sqrt{\frac{3,1 \cdot 10^{10} \cdot 0,061^2}{12 \cdot 2350(1-0,2^2)}} = 2383,0c^{-1},$$

$$\omega_{21} = 3,14^2 \left(\frac{2^2}{1,4^2} + \frac{1^2}{0,56^2} \right) \sqrt{\frac{3,1 \cdot 10^{10} \cdot 0,061^2}{12 \cdot 2350(1-0,2^2)}} = 3369,2c^{-1},$$

$$\omega_{12} = 3,14^2 \left(\frac{1^2}{1,4^2} + \frac{2^2}{0,56^2} \right) \sqrt{\frac{3,1 \cdot 10^{10} \cdot 0,061^2}{12 \cdot 2350(1-0,2^2)}} = 8546,1c^{-1},$$

$$\omega_{22} = 3,14^2 \left(\frac{2^2}{1,4^2} + \frac{2^2}{0,56^2} \right) \sqrt{\frac{3,1 \cdot 10^{10} \cdot 0,061^2}{12 \cdot 2350(1-0,2^2)}} = 9532,1c^{-1}.$$

4.2.3. Бетонна плита, шарнірно обперта по двох коротких сторонах при вільних двох інших сторонах

В цьому випадку скористаємось формулами (2.46), (2.47) і табл. 2.2 другого розділу дисертаційної роботи.

Перші чотири частоти вільних коливань бетонної пустотної плити, шарнірно обпертої по двох коротких сторонах при вільних двох інших сторонах, наведені у табл. 4.1.

Таблиця 4.1

Перші чотири частоти вільних коливань бетонної плити

Номер частоти	Значення частоти, с^{-1}
ω_{11}	442,5
ω_{21}	1498,3
ω_{12}	1764,6
ω_{22}	3323,2

4.2.4. Фібробетонна плита, шарнірно обперта по двох коротких сторонах при вільних двох інших сторонах

Аналогічно попередньому, але при відповідних вихідних даних, знаходимо перші чотири частоти вільних коливань фібробетонної плити, шарнірно обпертої по двох коротких сторонах при вільних двох інших сторонах (табл. 4.2).

Таблиця 4.2

Перші чотири частоти вільних коливань фібробетонної плити

Номер частоти	Значення частоти, с^{-1}
ω_{11}	469,7
ω_{21}	1582,0
ω_{12}	1867,7
ω_{22}	3490,9

4.3. Вільні коливання серійних пустотних плит

Наступний експеримент проводився з серійними багатопустотними плитами перекриття ПК 30.12-8 серії 1.141-1 [139] шляхом проведення натурних статичних і динамічних випробувань в лабораторних умовах (рис. 4.3).

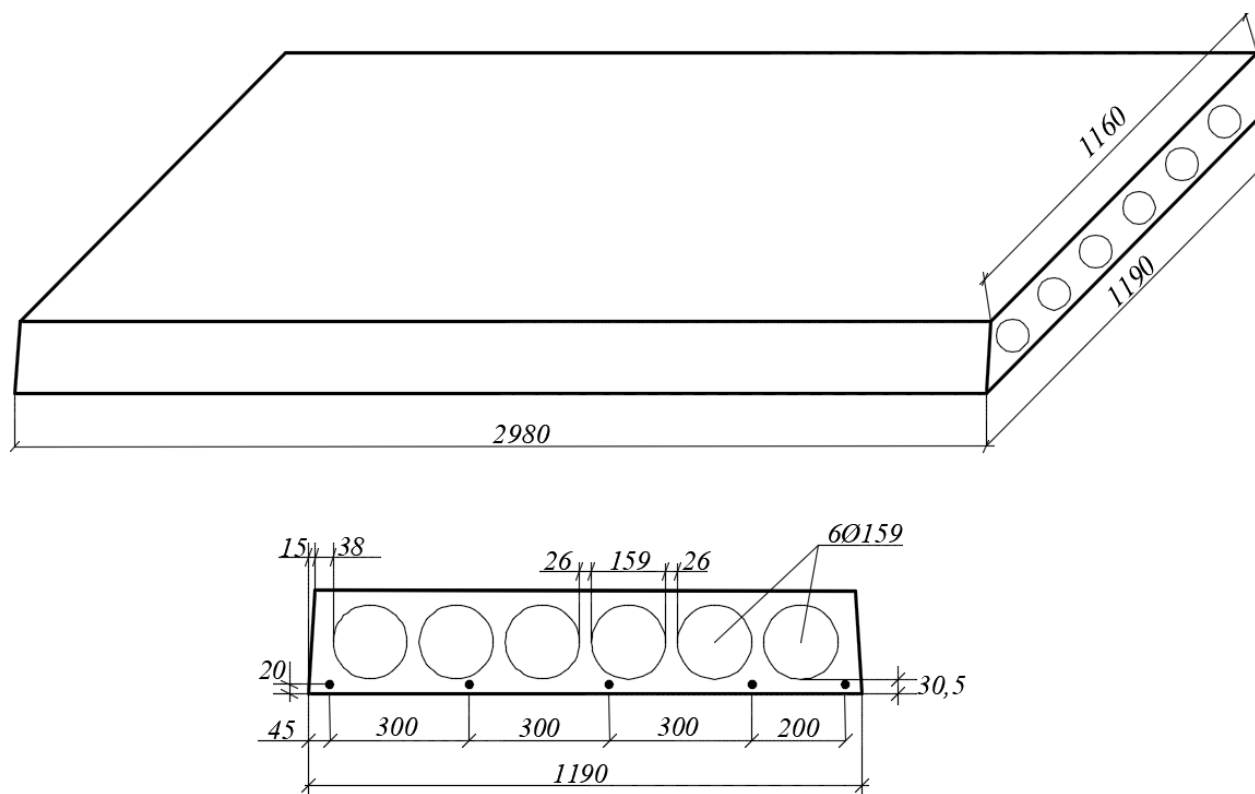


Рис. 4.3. Серійна багатопустотна плита перекриття

Плити перекриття ПК 30.12-8 виготовлені на підприємстві ТОВ «Великодолинський завод ЗБК» відповідно до нормативних документів [142, 143] і робочими кресленнями серії 1.141-1 [139], що підтверджено сертифікатом відповідності. Для виготовлення плит використаний бетон С16 / 20 і арматура А IVс. Причому, при виготовленні однієї з плит в бетонну суміш додали 1% сталеві анкерної фібри.

Процес виготовлення плити можна умовно розділити на чотири етапи: встановлення каркасу (рис. 4.4, а), установка пустотоутворювачів (рис. 4.4, б), завантаження бетонної суміші (рис. 4.4, в) і ущільнення суміші за допомогою віброплити (рис. 4.4, г).

Дослідження міцностних властивостей бетону виконано в заводських умовах на зразках-кубах з розміром ребра 10 см, які випробувані на стиск, і отримана кубікова міцність, відповідна бетону С16/20. Визначення міцності бетону при короткочасному навантаженні виробляли відповідно до вимог діючих норм [140, 141].



Рис. 4.4. Процес виготовлення плити

Опалубне формування ґрунтується на використанні готових форм, в які попередньо встановлюють металеву арматуру, а потім заливають бетоном. У процесі вібрації здійснюється рівномірний розподіл розчину в формі. Потім вироби проходять через теплові камери для пропарювання, що дозволяє прискорити хімічні процеси. В результаті плита, виготовлена опалубним способом, характеризується високими характеристиками міцності і деформативності.

Випробування плити проведені в лабораторії кафедри будівельної механіки ОДАБА (за участю докторантів С.П. Неутова і І.Б. Корнєвої) на спеціально виготовленому для цього стенді (рис. 4.5).

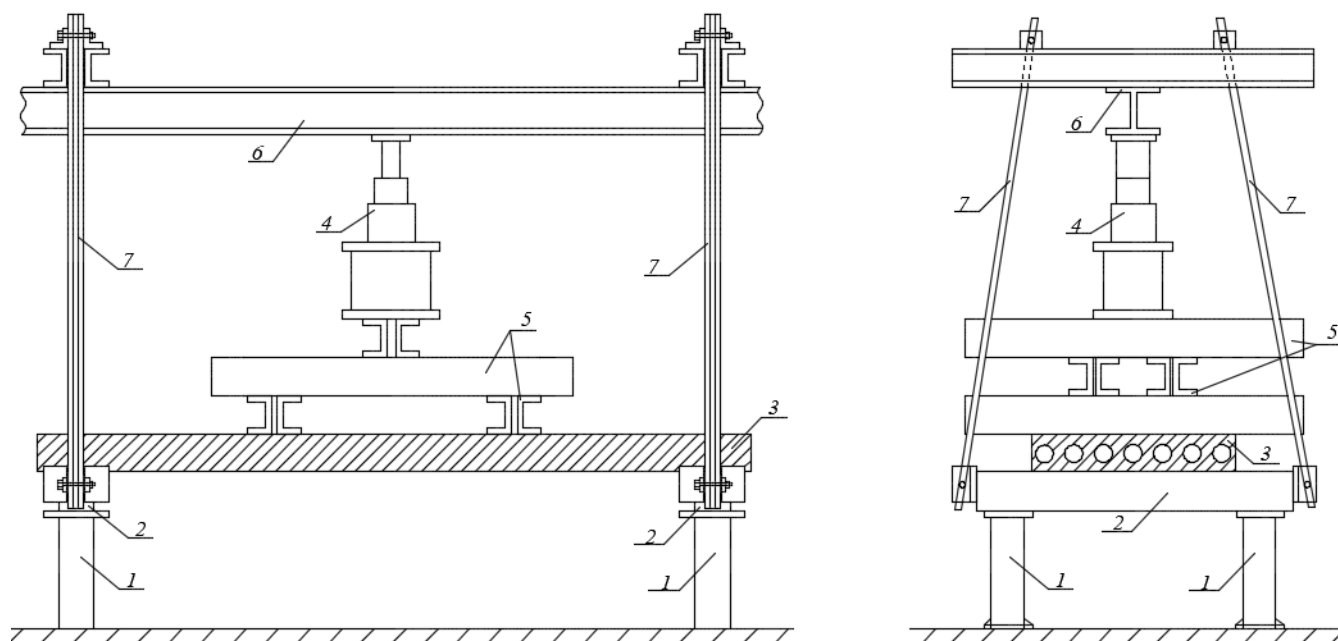


Рис. 4.5. Принципова схема установки для випробування плити

Силовий пристрій стенду складається з чотирьох стійок (1) і двох опорних балок (2), з'єднаних між собою в один жорсткий просторовий елемент, на який спирається залізобетонна плита (3). Навантаження створюється за допомогою домкрата потужністю 300 кН. (4), який своєю нижньою площиною тисне на дворівневу перехресно-балочну систему (5), а через неї - на залізобетонну плиту. Верхній шток домкрата впирається в

двотаврову балку (6), яка одночасно є кран-балкою для тельфера вантажопідйомністю 30 кН. Для того, щоб всі зусилля врівноважувалися в межах стенду, верхня завзята балка (6) пов'язана з нижнім опорним просторовим елементом чотирма пластинчастими стрижнями (7). Кожен пластинчастий стрижень складається з чотирьох пластин перетином 50x5 мм. Через кожні 24 см пластини з'єднані між собою високоміцними болтами 16 мм. Міцність кожного пластинчастого стрижня на розрив - 200 кН. Зусилля, що прикладається до плити, контролюється за допомогою зразкового динамометра (500 кН.). Всі зусилля, створювані силовим пристроєм, врівноважені в межах стенду. Від установки на фундамент передається лише її власну вагу і можливий динамічний удар під час крихкого руйнування залізобетонного елемента.

Перед початком випробувань була виконана попередня підготовка (рис. 4.6): змонтовані навантажувальні пристосування; встановлені прилади, підмости і огорожі; виконані роботи за попереднім навантаженням випробуваної конструкції.



Рис. 4.6. Підготовка плити до випробувань:

а – установка індикаторів; б – приєднання тензодатчиків

Попереднє навантаження є контрольним етапом випробування. На даній стадії перевіряється надійність навантажувальних пристроїв, кріплення приладів і випробуваної конструкції, правильність показань встановлених приладів. Інтенсивність попереднього навантаження приймається зазвичай рівною величині першого ступеня навантаження, передбаченого програмою випробувань. Все незадовільно працюючі прилади і пристосування, виявлені під час контрольних навантажень, підлягають ремонту або заміні.

При призначенні ступенів завантаження і розвантаження виходять з таких міркувань: з одного боку, чим менше кожна щабель, тим частіше в процесі навантаження можуть бути взяті відліки за приладами, і графіки досліджуваних характеристик будуються, отже, точніше; це особливо істотно при наявності нелінійності; з іншого боку, зі зменшенням ступенів навантаження зростає їх загальна кількість, що робить процес випробування більш тривалим і трудомістким. У кожному конкретному випадку слід знаходити оптимальне рішення, з огляду на ці міркування. Так, наприклад, для випробувань залізобетонних виробів серійного виготовлення рекомендується при перевірці міцності застосовувати ступень навантаження, що не перевищує 10% її контрольного (тобто максимального) значення, а при перевірці жорсткості — 20% відповідного контрольного навантаження. При оцінці тріщиностійкості, після прикладення навантаження, що дорівнює 90% відповідного контрольного, кожному наступному ступіню навантажування, аж до моменту появи тріщин, слід приймати не більше 5% контрольної.

Для полегшення обробки результатів випробувань послідовні ступені навантаження повинні бути по можливості однаковими. Початкову ступінь навантажування рекомендується брати невеликою (не більше 10% очікуваного максимального навантаження), оскільки на початку випробувань якась частина навантаження йде на обтиснення прокладок в опорах і під навантажувальними пристроями, витяжку тяг і т. д. Для зменшення цих втрат вдаються до повторних додатків і звільнення початкового ступеня

навантаження. Такі повторні навантаження корисні також і для перевірки повернення показань встановлених приладів до початкових значень.

При проведенні статичних випробувань навантаження досліджуваних конструкцій зовнішнім навантаженням має здійснюватися поступово, без ривків і ударів, щоб виключити вплив сил інерції.

Навантаження здійснюється рівними ступенями до руйнування (або початку пластичної течії). На кожному ступені фіксують значення навантаження і відповідні їм значення переміщень (прогинів) плити перекриття, за якими потім будується графік залежності деформацій від навантаження.

На кожному ступені зразок витримується під навантаженням протягом часу, необхідного за нормами [144, 145].

Як руйнівне навантаження приймається максимальне значення досягнутого навантаження, при якому відбувається руйнування або пластична течія (прогресуючий прогин і розкриття тріщин).

Випробування виконано за однопрогоною схемою замінюючим еквівалентним навантаженням (рис. 4.7), навантаження виконувалося додатком двох зосереджених смугових вертикальних навантажень по ширині плити, замість рівномірно розподіленого.

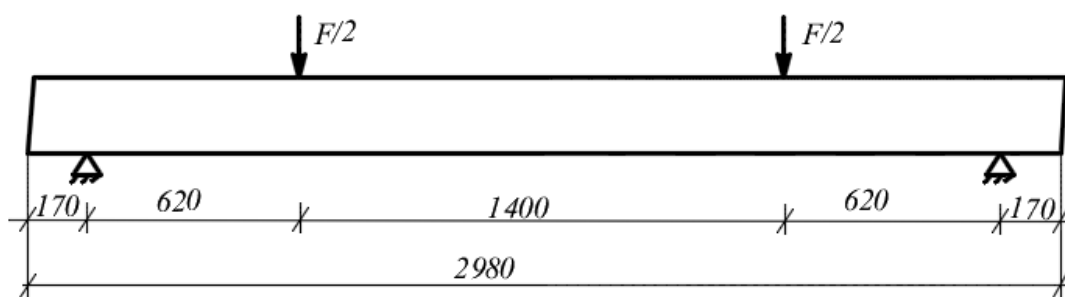


Рис. 4.7. Розрахункова схема еквівалентного навантаження

При обох схемах навантаження величини згинальних моментів повинні бути рівні між собою, тоді навантаження вважається еквівалентним.

При випробуваннях було досягнуте руйнівне навантаження 111,8 кН. Процес утворення тріщин почався при навантаженні 44,41 кН., що склало 40% від фактичного руйнівного.

Втрата несучої здатності сталася при еквівалентному навантаженні 111,84 кН., що відповідає розподіленому навантаженню 28,43 кН. / м² при згинальному моменті 34,67 кНм. Це перевищує контрольне руйнівне навантаження (18,34 кН. / м²) в півтора рази.

4.3.1. Бетонна плита, шарнірно обперта по двох коротких сторонах при вільних двох інших сторонах

Перші чотири частоти вільних коливань серійної бетонної плити (рис. 4.3), шарнірно обпертої по двох коротких сторонах при вільних двох інших сторонах, обчислені за допомогою табл. 2.2 (другого розділу), наведені у табл. 4.3.

Таблиця 4.3

Перші чотири частоти вільних коливань серійної бетонної плити

Номер частоти	Значення частоти, с ⁻¹
ω_{11}	222,2
ω_{21}	742,7
ω_{12}	881,0
ω_{22}	1636,5

4.3.2. Фібробетонна плита, шарнірно обперта по двох коротких сторонах при вільних двох інших сторонах

Перші чотири частоти вільних коливань серійної фібробетонної плити (рис. 4.3), шарнірно обпертої по двох коротких сторонах при вільних двох інших сторонах, обчислені за допомогою табл. 2.2, наведені у табл. 4.4.

Таблиця 4.4

Перші чотири частоти вільних коливань бетонної плити

Номер частоти	Значення частоти, с ⁻¹
ω_{11}	235,9
ω_{21}	788,5
ω_{12}	935,4
ω_{22}	1737,6

4.4. Власні частоти і форми коливань аеродромних плит

В лабораторії кафедри будівельної механіки проводились статичні і динамічні випробування аеродромних плит з бетону і фібробетону з дисперсним армуванням 1% анкерної сталеві фібри. Досліджувалися дві повнорозмірних плити, виготовлених на підприємстві ТОВ «Великодолинський завод ЗБК», одна з яких — зі звичайної заводської серійної продукції, а друга — з тим же армуванням стрижневою арматурою, але додатково посилена сталевіою фіброю (рис. 4.8). Крім того, досліджувалася серія модельних плит (рис. 4.9, 4.10), виготовлених в лабораторних умовах. У всіх випадках використовувався бетон класу С16/20.

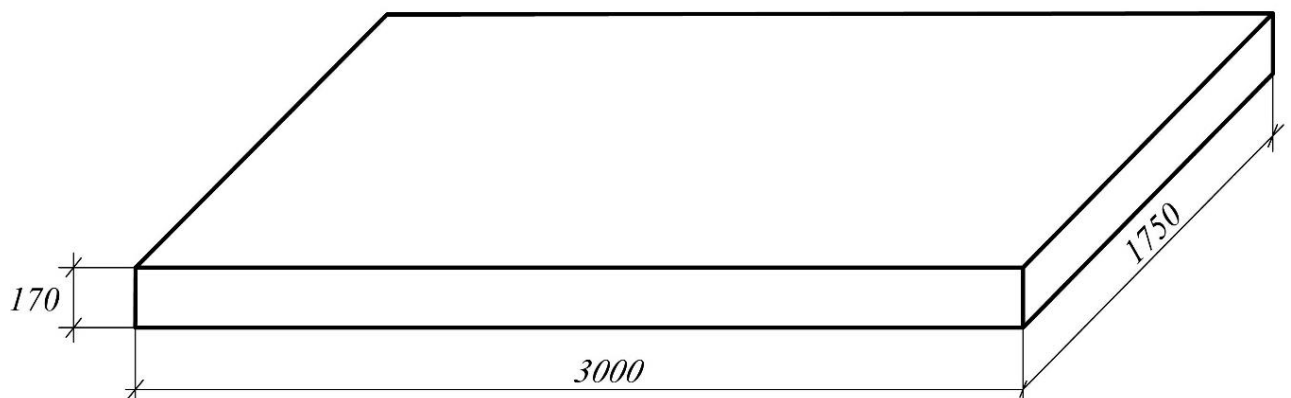


Рис. 4.8. Серійна аеродромна плита

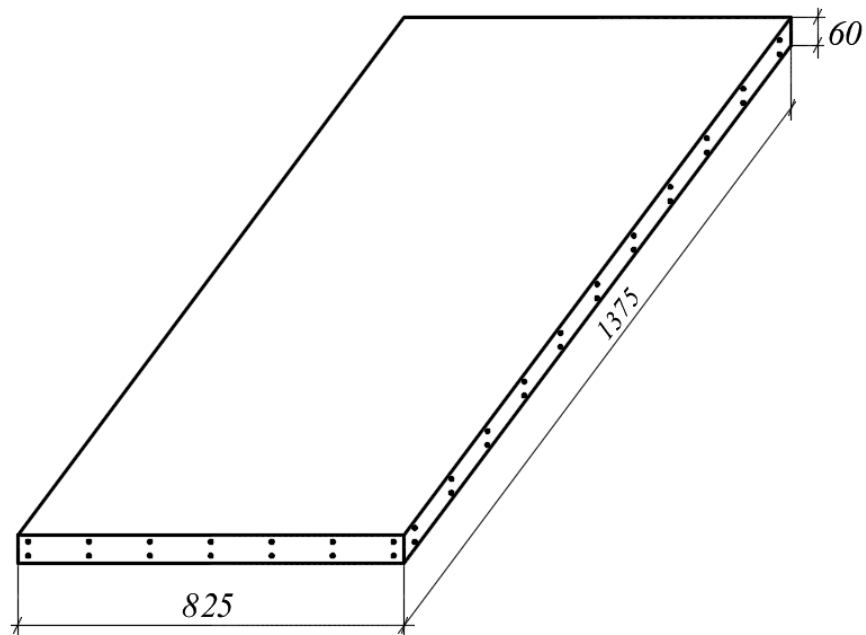


Рис. 4.9. Модель аеродромної плити

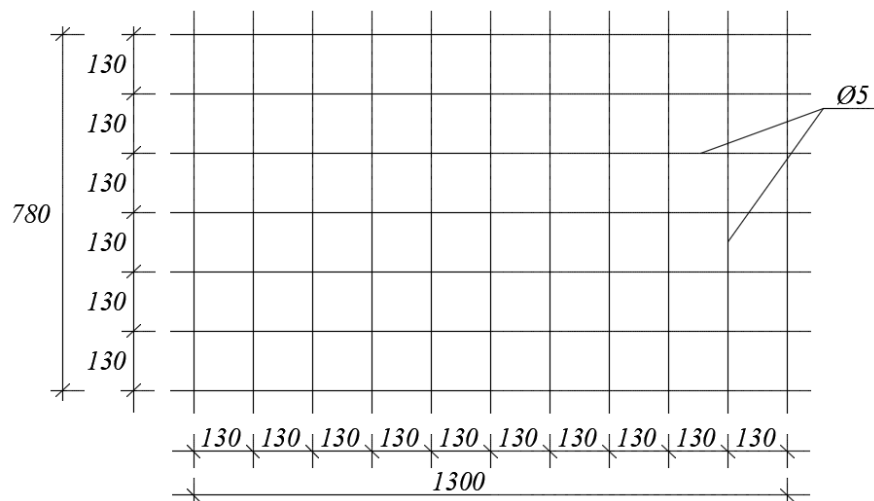


Рис. 4.10. Армування моделі аеродромної плити

4.4.1. Розрахунки моделей при початковому модулі пружності

Відповідно до діючих норм [146, 147], аеродромні плити (як і дорожні) розраховують по двох схемах навантаження — при навантаженні зосередженою силою у середині прольоту (надалі схема I, рис. 4.11) та на консолі (надалі схема II, рис. 4.12).

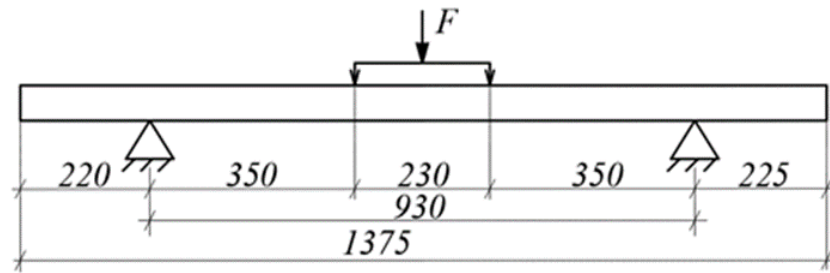


Рис. 4.11. Навантаження зосередженою силою у середині прольоту

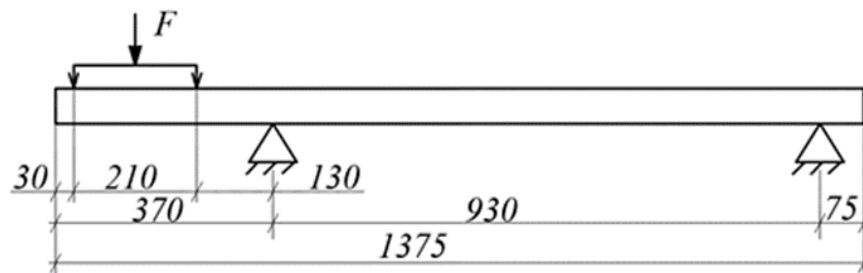


Рис. 4.12. Навантаження зосередженою силою на консолі

Для визначення частот і форм коливань плити за схемою I скористаємось формулами (2.46), (2.47) і табл. 2.2 другого розділу дисертаційної роботи. А ось при модальному аналізі за схемою II аналітичний розрахунок неможливий, тому залишаються тільки чисельний розрахунок та експериментальне визначення власних частот.

Результати виконаних розрахунків модельних плит за схемою I з бетону та фібробетону наведені у табл. 4.5 та 4.6 відповідно.

Таблиця 4.5

Модель аеродромної плити – схема I (бетон), частоти, с^{-1}

№№	Формули (2.46), (2.47)	SOFiSTiK	ЛИРА-САПР	ANSYS
1	638,4	647,4	663,2	622,5
2	1449,0	1436,0	1500,0	1414,5
3	1910,4	1915,5	1913,7	1900,9
4	2844,6	2828,0	2839,2	2858,4
5	3001,5	2969,8	3031,3	2984,9

Таблиця 4.6

Модель аеродромної плити – схема I (фібробетон), частоти, c^{-1}

№№	Формули (2.46), (2.47)	SOFiSTiK	ЛИРА-САПР	ANSYS
1	645,1	636,9	652,8	632,0
2	1451,2	1413,6	1476,4	1435,9
3	1924,8	1884,1	1883,5	1929,7
4	2866,6	2781,9	2794,5	2901,8
5	3015,0	2923,6	2983,4	3030,2

Результати виконаних розрахунків модельних плит за схемою II з бетону та фібробетону наведені у табл. 4.7 та 4.8 відповідно.

Таблиця 4.7

Модель аеродромної плити – схема II (бетон), частоти, c^{-1}

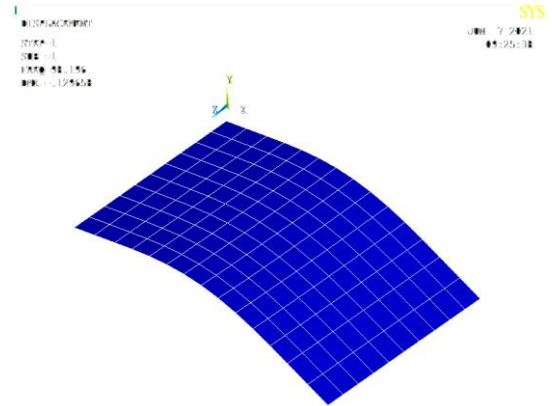
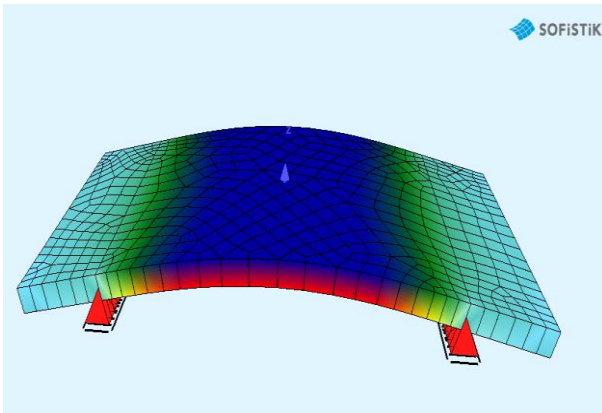
	SOFiSTiK	ЛИРА-САПР	ANSYS
1	565,7	574,6	548,3
2	1272,5	1303,5	1254,6
3	1364,6	1419,0	1345,7
4	1950,1	2037,8	1963,7
5	3070,3	3247,5	3160,3

Таблиця 4.8

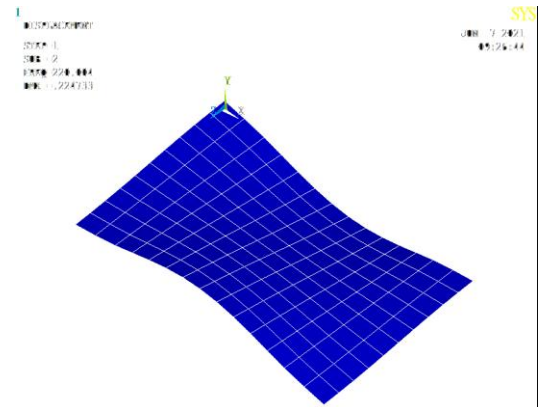
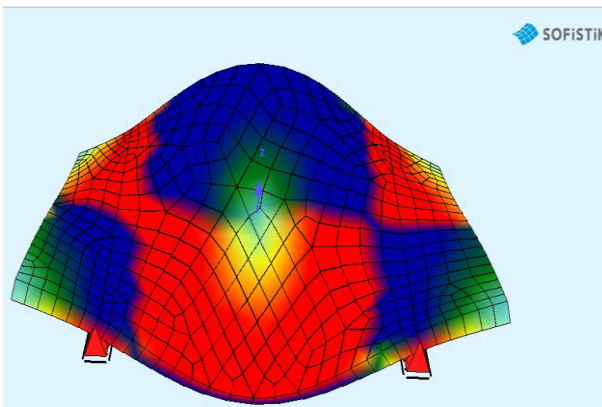
Модель аеродромної плити – схема II (фібробетон), частоти, c^{-1}

	SOFiSTiK	ЛИРА-САПР	ANSYS
1	556,4	565,6	556,6
2	1251,7	1283,0	1273,6
3	1343,5	1396,6	1366,2
4	1919,8	2005,7	1993,5
5	3038,5	3196,4	3208,3

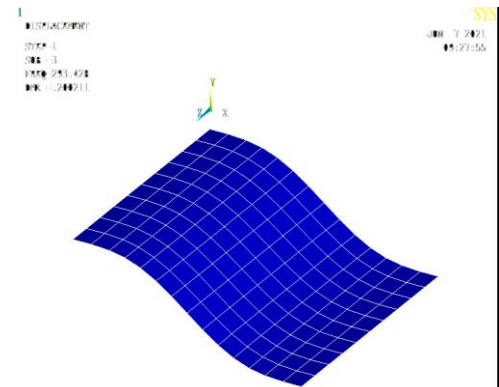
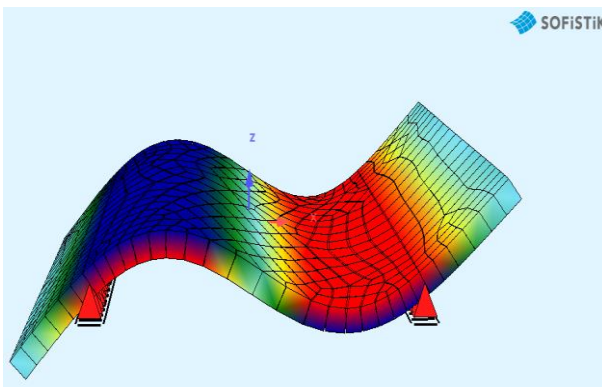
Форми коливань, відповідні частотам табл. 4.5, 4.6, що отримані у програмах SOFiSTiK та ANSYS, наведені на рис. 4.13а и 4.13б.



1-а форма коливань

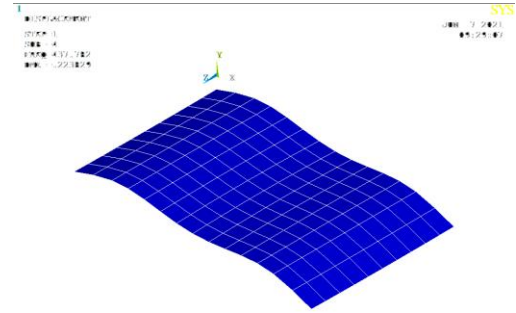
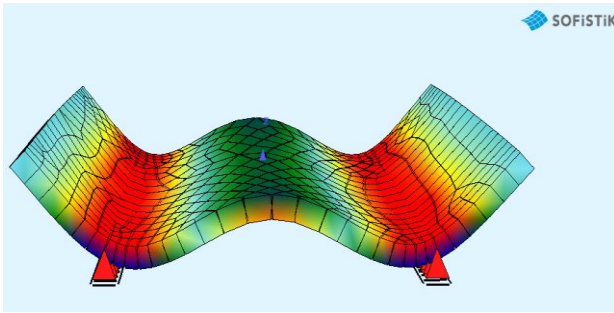


2-а форма коливань

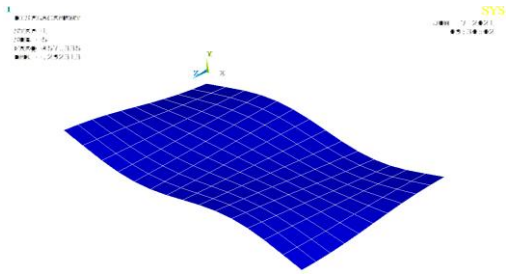
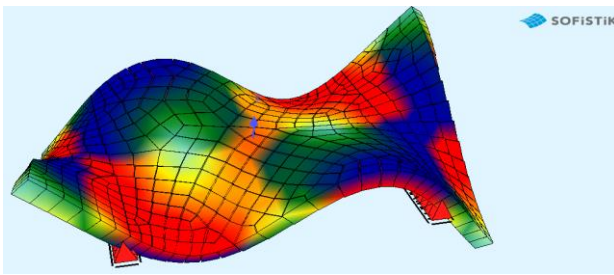


3-я форма коливань

Рис. 4.13а. Форми коливань плити за схемою I



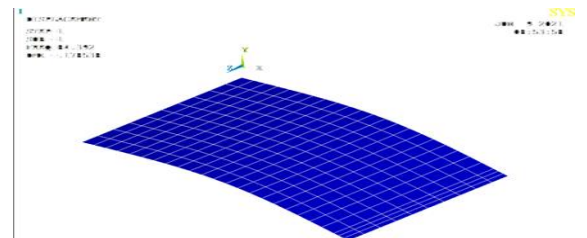
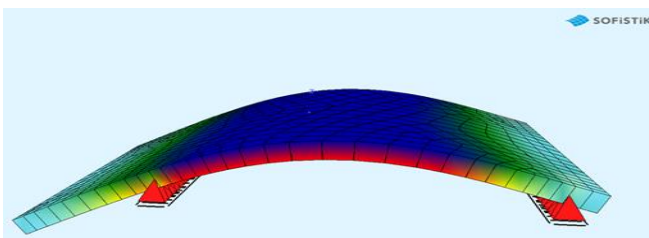
4-а форма коливань



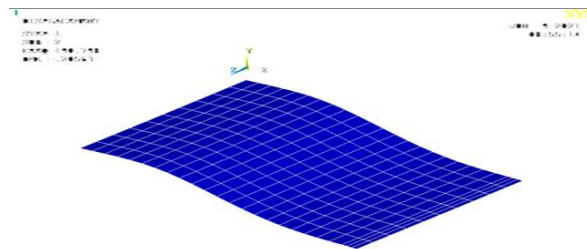
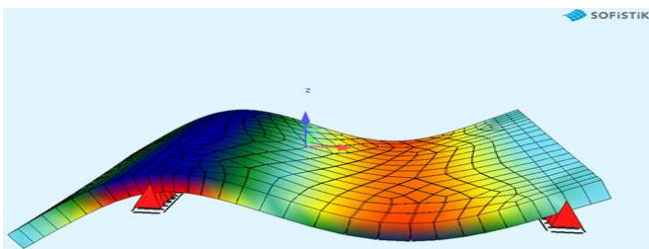
5-а форма коливань

Рис. 4.13б. Форми коливань плити за схемою I

Форми коливань, відповідні частотам табл. 4.7, 4.8, що отримані у програмах SOFiSTiK та ANSYS, наведені на рис. 4.14а и 4.14б.

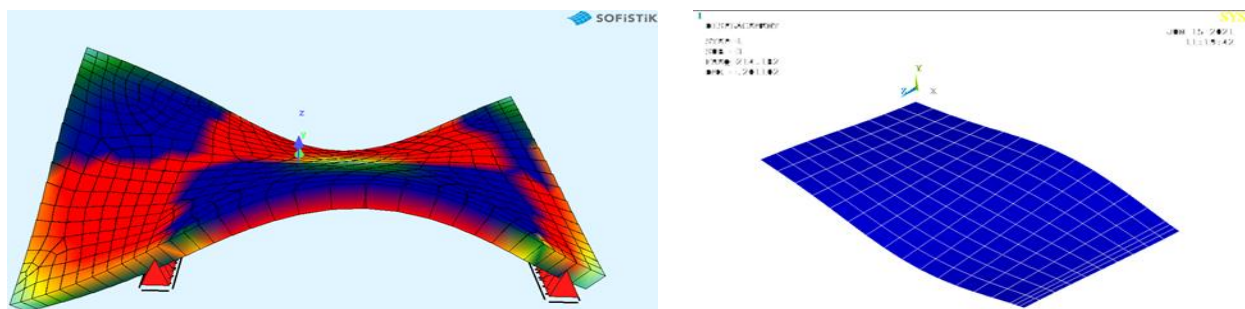


1-а форма коливань

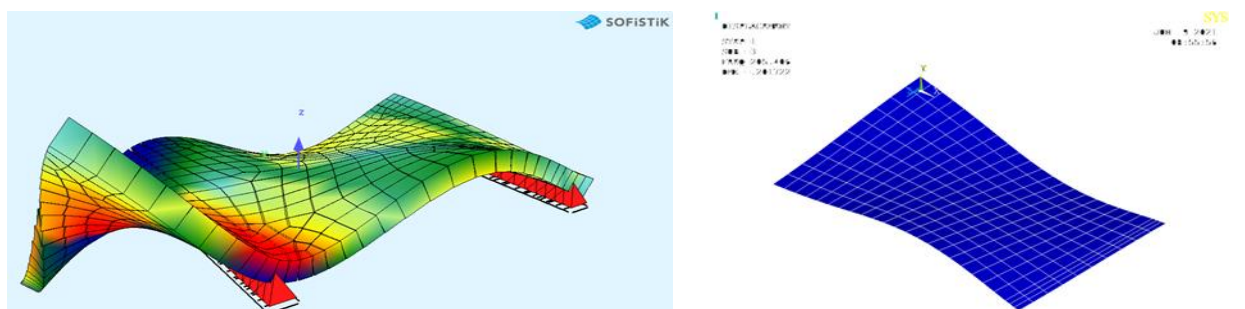


2-а форма коливань

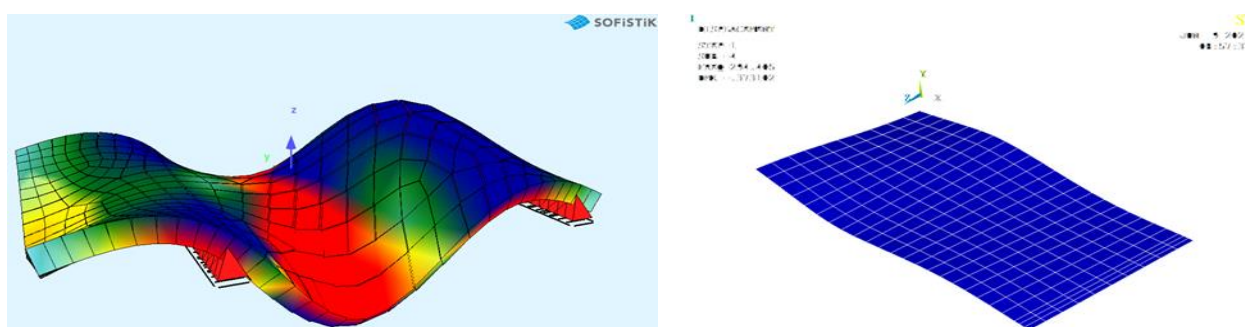
Рис. 4.14а. Форми коливань плити за схемою II



3-я форма коливань



4-а форма коливань



5-а форма коливань

Рис. 4.14б. Форми коливань плити за схемою II

4.4.2. Розрахунки серійних плит при початковому модулю пружності

У зв'язку з технічними труднощами та наявності тільки двох зразків серійні плити (бетонна та фібробетонна) досліджувалися тільки відповідно до схеми I.

Результати виконаних розрахунків серійних плит за схемою I з бетону та фібробетону наведені у табл. 4.9 та 4.10 відповідно.

Таблиця 4.9

Серійна аеродромна плита – схема I (бетон), частоти, с⁻¹

№№	Формули (2.46), (2.47)	SOFiSTiK	ЛИРА-САПР	ANSYS
1	264,1	263,9	265,2	264,0
2	633,0	633,2	660,6	632,7
3	1035,4	1036,0	1051,4	1034,8
4	1524,1	1528,1	1594,7	1519,2
5	1724,7	1734,3	1794,0	1719,7

Таблиця 4.10

Серійна аеродромна плита – схема I (фібробетон), частоти, с⁻¹

№№	Формули (2.46), (2.47)	SOFiSTiK	ЛИРА-САПР	ANSYS
1	268,0	267,9	267,1	267,9
2	641,7	642,8	650,2	642,3
3	1046,6	1051,8	1034,9	1050,5
4	1543,0	1551,3	1569,5	1542,3
5	1758,4	1760,7	1765,8	1745,8

4.5. Про коливання пустотних та аеродромних плит з урахуванням нелінійної діаграми деформування

З початком утворення тріщин деформування стає нелінійним, при цьому істотно змінюється модуль пружності. Наші дослідження показали, що в пустотних і аеродромних плитах це явище спостерігається при постійному статичному навантаженні, що змінюється в інтервалі $(0,5 \div 0,9)F_{ult}$. При реальному практичному використанні плит такий рівень зовнішнього навантаження досягається досить рідко, тому його розгляд в даній роботі представляється недоцільним. Однак в разі потреби можна скористатися всіма викладеними в роботі методиками з тією лише різницею, що досліджувана плита повинна бути завантажена постійним статичним навантаженням, величина якого буде продиктована практичними умовами завдання при відповідному значенні модуля пружності, визначеному в ході статичних випробувань.

4.6. Експериментальне визначення власних частот і форм коливань пустотних та аеродромних плит

Основною метою експериментальних досліджень плит є перевірка досвідченим шляхом установлених математичних моделей, відпрацювання методології й методики реалізації експериментальних динамічних досліджень.

На підставі зазначеної мети основними завданнями експериментальних досліджень є:

1. Експериментальна перевірка наявності функціонального зв'язку між основними параметрами конструкцій і спектром її власних частот, у першу чергу — з основною (або резонансною) частотою коливань плити.

2. Аналіз отриманих експериментальних результатів і їх зіставлення з теоретичними значеннями.

3. Відпрацювання методики проведення динамічних випробувань будівельних конструкцій за допомогою запропонованого стенда.

4. Комп'ютерне моделювання конструкції й чисельний модальний аналіз.

5. Зіставлення результатів, отриманих аналітично, чисельно й експериментально.

При динамічних випробуваннях для порушення поперечних коливань використовувався ударний спосіб, який володіє рядом гідностей: простотою реалізації демпфированного удару за допомогою спеціального ударного пристрою; відсутністю необхідності у визначенні логарифмічного декременту коливань, вірогідність якого залежить від точності дотримання умов рівності підводимої до контрольованих конструкцій коливальної енергії.

Для удару використовується електромагнітний ударний пристрій, який являє собою дороблений до необхідних умов експлуатації контактор з ємнісним накопичувачем, потужність якого може досягати величини 600 Дж.

Для створення удару, що демпфірує, поверхня штока, що стикається з нижньою гранню випробовуваної конструкції, покривається шаром технічної гуми, що дозволяє скоротити тривалість перехідного періоду коливального процесу.

Для проведення експериментальних досліджень в лабораторії кафедри будівельної механіки застосовано той самий випробувальний стенд *MODAL-2*, конструкція та принцип роботи якого вже описані у третьому розділі даної роботи.

4.6.1. Модельні та серійні пустотні плити

Були експериментально визначені перші чотири власних частоти коливань бетонної та фібробетонної модельних пустотних плит при двох варіантах обпирання – шарнірному по всьому контуру (табл. 4.11) та шарнірному обпиранню по двох коротких сторонах при вільних двох інших сторонах (табл. 4.12).

Візуалізація результатів цього етапу експерименту при визначенні нижчої частоти коливань показана на рис. 4.15, 4.16.

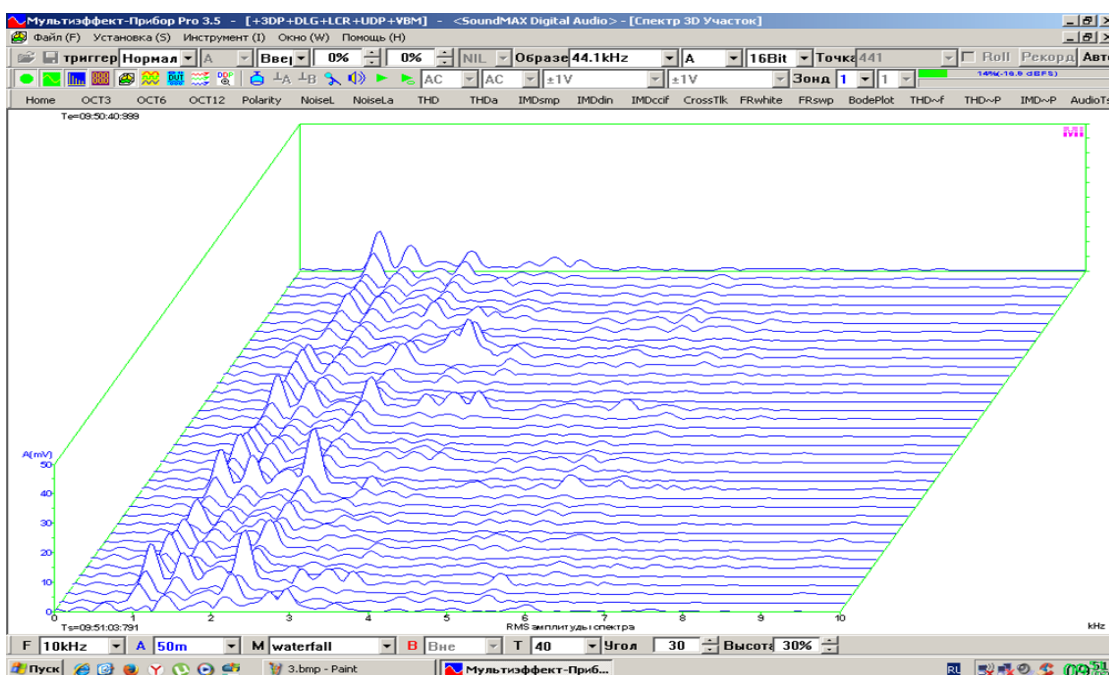


Рис. 4.15. Амплітуди коливань в тривимірному зображенні

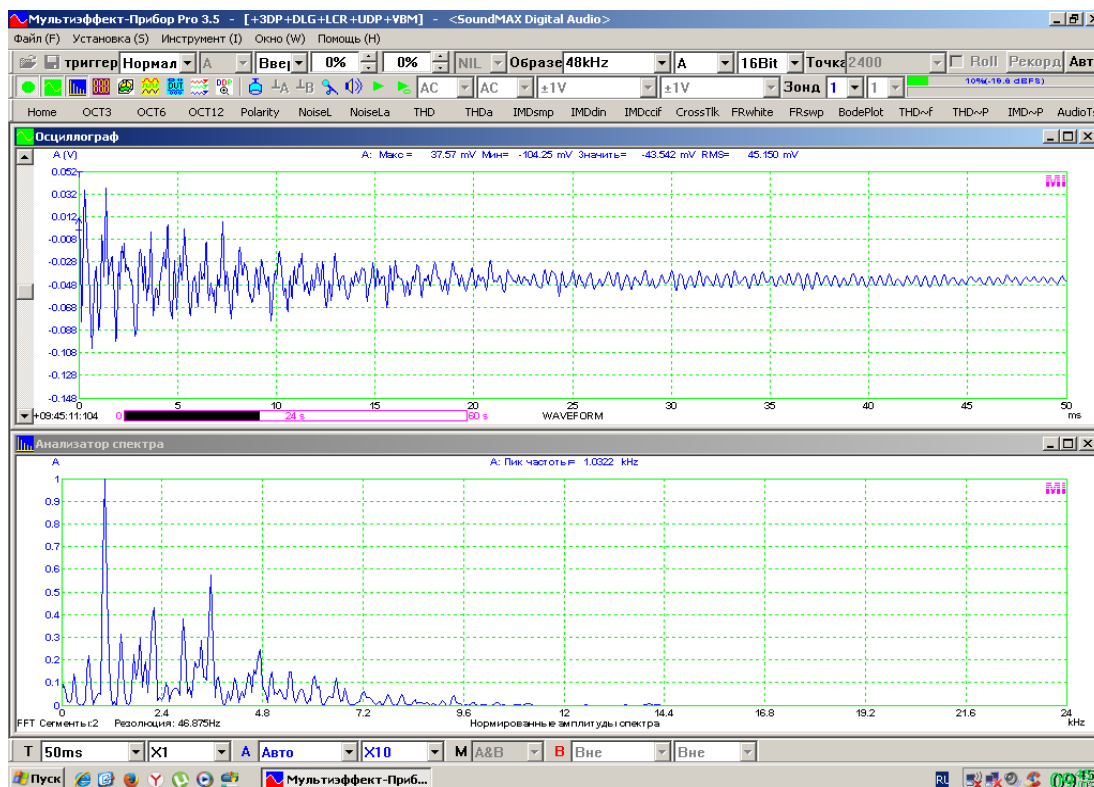


Рис. 4.16. Визначення частот на випробувальному стенді *MODAL-2*

На наступному етапі були експериментально визначені перші чотири власних частоти коливань бетонної та фібробетонної серійних плит при шарнірному обпиранню по двох коротких сторонах при вільних двох інших сторонах (табл. 4.13).

Очевидно, що розбіжність результатів у відсотках тут значно вища, чим на попередньому етапі випробувань (при тестуванні металевої балки). Власні частоти, визначені експериментальним шляхом, виявляються суттєво вище, ніж теоретичні.

Схожі результати були отримані і деякими іншими авторами. Спроби пояснити спостережувану відмінність тим, що аналітичні формули для частот поперечних коливань враховують момент інерції стержня, який в разі наявності стержневої арматури або дисперсного армування потрібно розраховувати за спеціальними методиками, представляються неспроможними.

Таблиця 4.11

Експериментальні та аналітичні значення частот коливань бетонної та фібробетонної модельних плит при шарнірному обпиранню по контуру

Матеріал	Частота, с^{-1}	Експеримент	Розрахунок	Розбіжність, %
Бетон	ω_{11}	2620,2	2347,4	10,4
	ω_{21}	3802,8	3318,8	12,7
	ω_{12}	9720,2	8418,3	13,4
	ω_{22}	10917,4	9389,6	14,0
Фібробетон, 1,0 %	ω_{11}	2662,6	2383,0	10,5
	ω_{21}	3854,9	3369,2	12,6
	ω_{12}	9891,3	8546,1	13,6
	ω_{22}	11109,7	9532,1	14,2

Таблиця 4.12

Експериментальні та аналітичні значення частот коливань бетонної та фібробетонної модельних плит при шарнірному обпиранню по двох коротких сторонах при вільних двох інших сторонах

Матеріал	Частота, с^{-1}	Експеримент	Розрахунок	Розбіжність, %
Бетон	ω_{11}	496,6	442,5	10,9
	ω_{21}	1722,2	1498,3	13,0
	ω_{12}	2051,9	1764,6	14,0
	ω_{22}	3905,0	3323,2	14,9
Фібробетон, 1,0 %	ω_{11}	528,3	469,7	11,1
	ω_{21}	1824,7	1582,0	13,3
	ω_{12}	2166,7	1867,7	13,8
	ω_{22}	4111,8	3490,9	15,1

Алгоритм розрахунку геометричних характеристик так званого наведеного перетину добре відомий і приводиться в численній літературі із залізобетонних конструкцій, проте, виходячи з формул цього алгоритму, вплив моменту інерції на частоти коливань буде не таким значним, як це спостерігається в експерименті. Більш вагомим, на наш погляд, поясненням є некоректність використовуваної динамічної моделі армованої плити. Класична динаміка споруд, як відомо, ґрунтується на теорії лінійних диференціальних рівнянь, а коливання конструкцій розглядаються щодо ненапруженого вихідного стану.

Таблиця 4.13

Експериментальні та аналітичні значення частот коливань бетонної та фібробетонної серійних плит при шарнірному обпиранню по двох коротких сторонах при вільних двох інших сторонах

Матеріал	Частота, с^{-1}	Експеримент	Розрахунок	Розбіжність, %
Бетон	ω_{11}	245,8	222,2	9,6
	ω_{21}	844,0	742,7	12,0
	ω_{12}	1005,7	881,0	12,4
	ω_{22}	1891,9	1636,5	13,5
Фібробетон, 1,0 %	ω_{11}	262,4	235,9	10,1
	ω_{21}	892,0	788,5	11,6
	ω_{12}	1060,5	935,4	11,8
	ω_{22}	1997,2	1737,6	13,0

Очевидно, що при дослідженні вільних і вимушених коливань залізобетонних будівельних конструкцій такий підхід непридатний, оскільки вони є фізично нелінійними системами. Публікацій з фізично нелінійної динаміки залізобетонних конструкцій вкрай мало, та й основна увага приділяється методам вирішення нелінійних рівнянь руху, а концепція визначення нелінійних членів цих рівнянь практично не вивчена. Тут

необхідні експериментальні дослідження та комп'ютерне моделювання з метою виявлення всіх факторів, що впливають на спектр частот коливань.

4.6.2. Аеродромні плити

Експериментальне визначення частот і форм власних коливань аеродромних плит виконувалася за тією ж методикою і на тому обладнанні, про які було докладно сказано вище. Слід тільки відзначити, що модельні плити випробували за схемами I та II (рис. 4.11, 4.12), а серійні плити – тільки за схемою I.

Оскільки для схеми II неможливий аналітичний розрахунок, порівняння результатів експериментів здійснювалося з результатами скінчено-елементного аналізу в програмі ANSYS (табл. 4.14 - 4.16).

В усіх випадках експериментально визначалися тільки перші чотири частоти власних коливань.

Таблиця 4.14

Експериментальні та чисельні значення частот коливань бетонної та фібробетонної модельних аеродромних плит за схемою I

Матеріал	Частота, с^{-1}	Експеримент	ANSYS	Розбіжність, %
Бетон	ω_{11}	684,1	622,5	9,0
	ω_{21}	1576,0	1414,5	10,2
	ω_{12}	2170,4	1900,9	12,4
	ω_{22}	3239,6	2858,4	11,8
Фібробетон, 1,0 %	ω_{11}	695,3	632,0	9,1
	ω_{21}	1592,3	1435,9	9,8
	ω_{12}	2200,0	1929,7	12,3
	ω_{22}	3311,9	2901,8	12,4

Таблиця 4.15

Експериментальні та чисельні значення частот коливань бетонної та фібробетонної модельних аеродромних плит за схемою II

Матеріал	Частота, с^{-1}	Експеримент	ANSYS	Розбіжність, %
Бетон	ω_{11}	607,1	548,3	9,7
	ω_{21}	1391,4	1254,6	9,8
	ω_{12}	1500,0	1345,7	10,3
	ω_{22}	2224,4	1963,7	11,7
Фібробетон, 1,0 %	ω_{11}	614,8	556,6	9,5
	ω_{21}	1410,8	1273,6	9,7
	ω_{12}	1525,4	1366,2	10,4
	ω_{22}	2228,1	1993,5	10,5

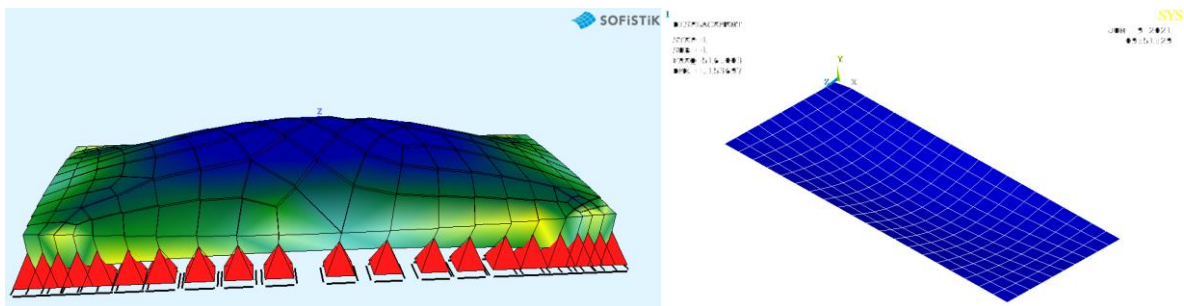
Таблиця 4.16

Експериментальні та чисельні значення частот коливань бетонної та фібробетонної серійних аеродромних плит за схемою I

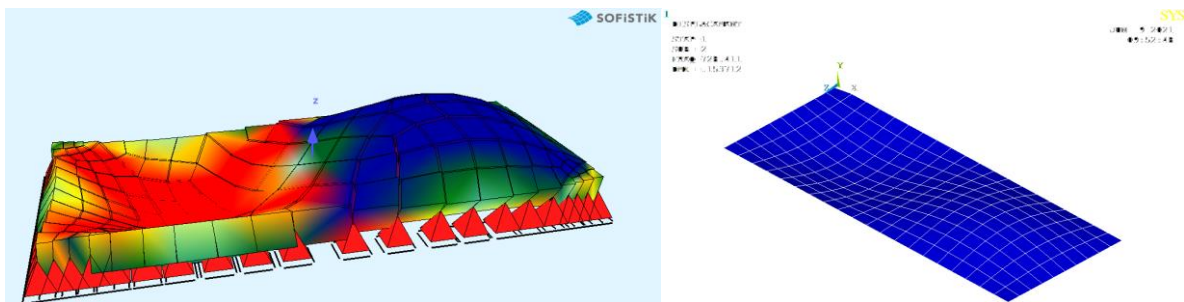
Матеріал	Частота, с^{-1}	Експеримент	ANSYS	Розбіжність, %
Бетон	ω_{11}	298,1	264,0	11,4
	ω_{21}	718,8	632,7	12,0
	ω_{12}	1180,5	1034,8	12,3
	ω_{22}	1740,0	1519,2	12,7
Фібробетон, 1,0 %	ω_{11}	301,3	267,9	11,1
	ω_{21}	725,7	642,3	11,5
	ω_{12}	1201,2	1050,5	12,5
	ω_{22}	1770,5	1542,3	12,9

4.7. Комп'ютерне моделювання та скінчено-елементний модальний аналіз пустотних плит

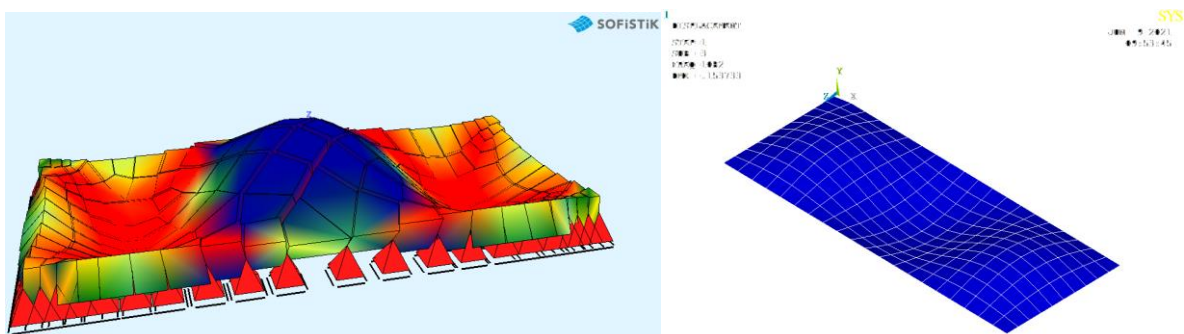
Форми власних коливань, отримані в SOFiSTiK і ANSYS для плит з шарнірним обпиранням по всьому контуру, наведені на рис. 4.17а і 4.17б. Вони, зрозуміло, однакові для модельних та серійних плит, і залежать тільки від умов закріплення.



1-а форма коливань

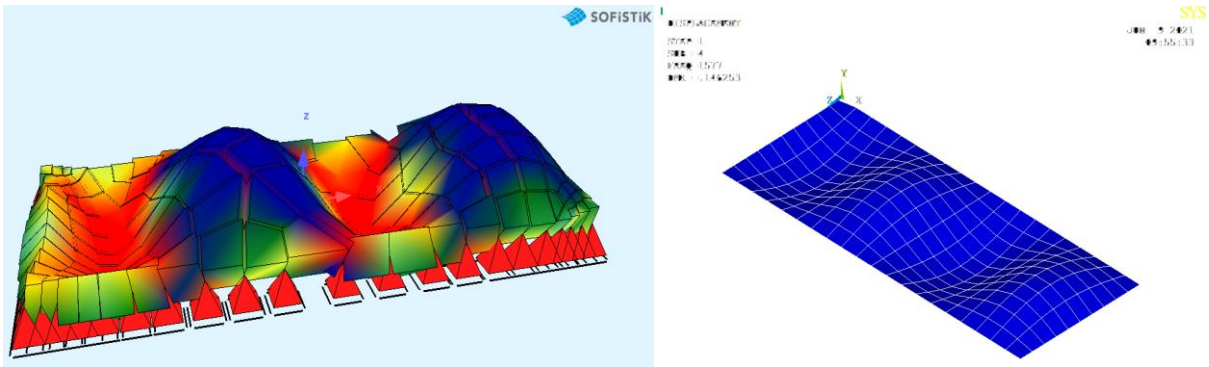


2-а форма коливань

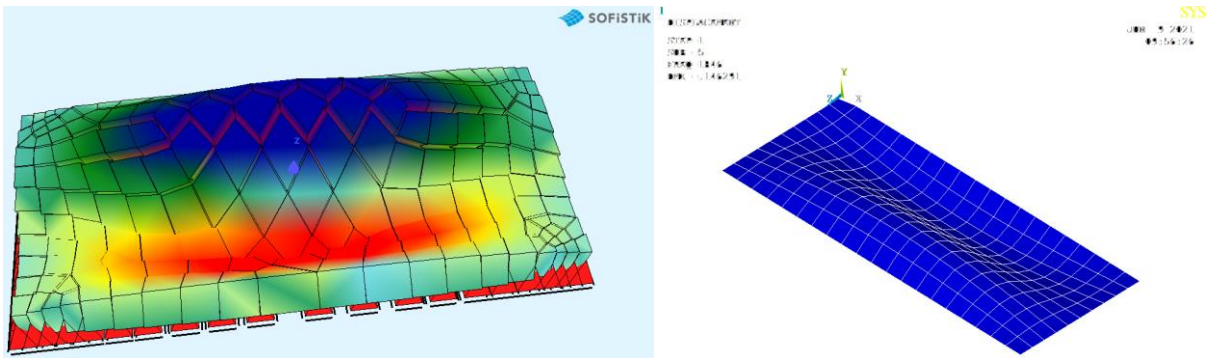


3-я форма коливань

Рис. 4.17а. Форми власних коливань, отримані в SOFiSTiK і ANSYS для плит з шарнірним обпиранням по всьому контуру



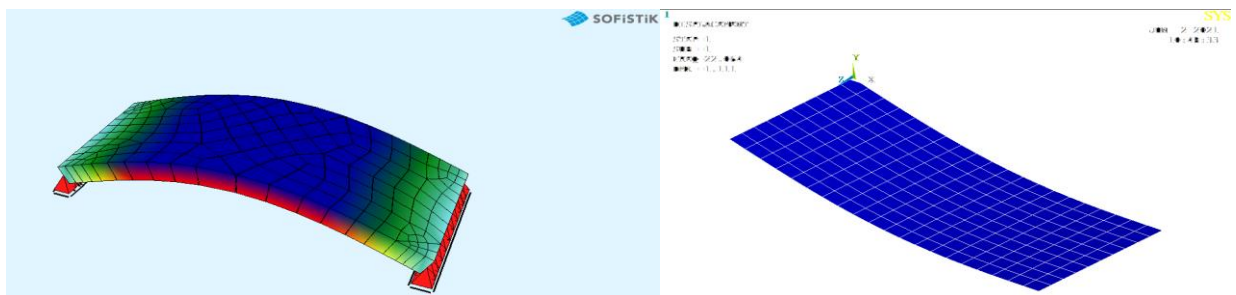
4-а форма коливань



5-а форма коливань

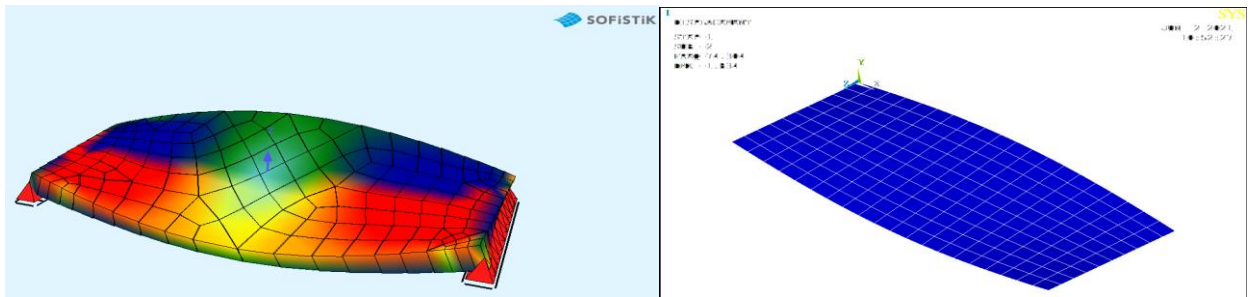
Рис. 4.176. Форми власних коливань, отримані в SOFiSTiK і ANSYS для плит з шарнірним обпиранням по всьому контуру

Аналогічні форми власних коливань, отримані в SOFiSTiK і ANSYS для плити, що шарнірно обперта по двох коротких сторонах при вільних двох інших сторонах, наведені на рис. 4.18а і 4.18б.

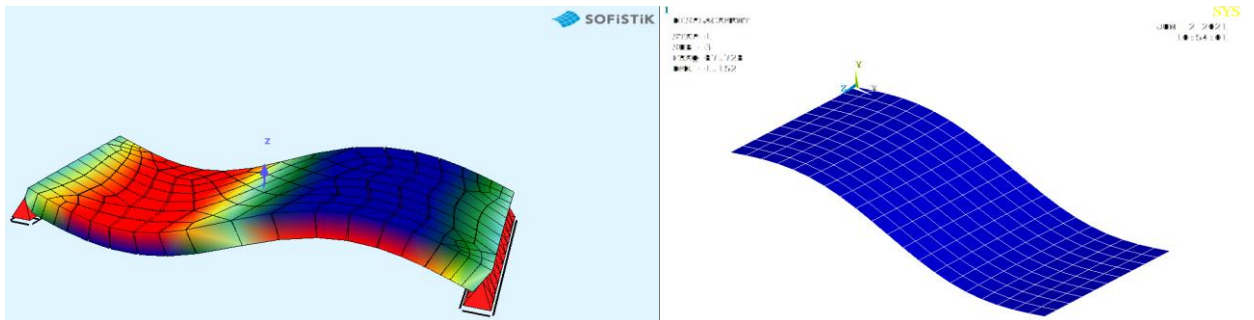


1-а форма коливань

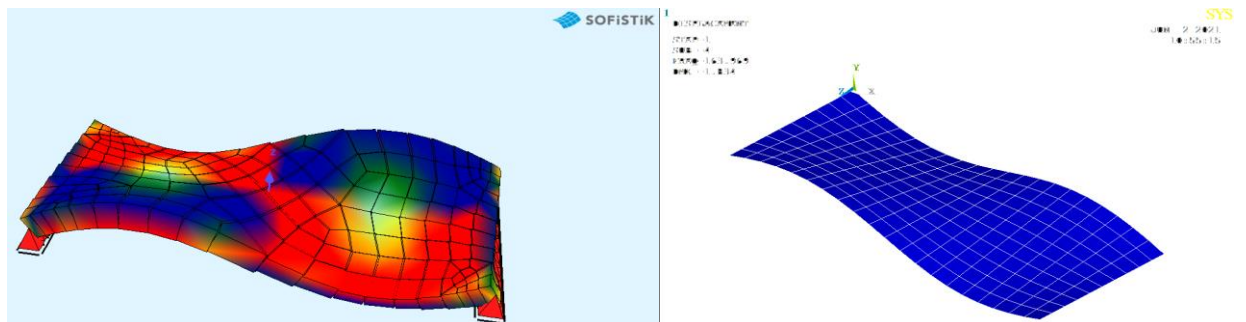
Рис. 4.18а. Форми власних коливань плити, що шарнірно обперта по двох коротких сторонах при вільних двох інших сторонах



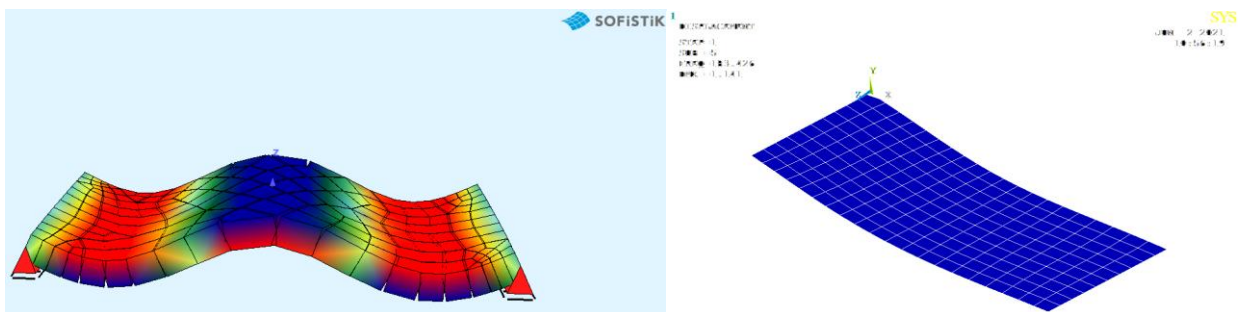
2-а форма коливань



3-я форма коливань



4-а форма коливань



5-а форма коливань

Рис. 4.186. Форми власних коливань плити, що шарнірно обперта по двох коротких сторонах при вільних двох інших сторонах

У табл. 4.17 – 4.19 з метою порівняння зведені результати скінчено-елементного, експериментального та аналітичного визначення частот у модельних та серійних пустотних плитах.

Наведені результати розрахунків були отримані при початковому модулю пружності, тобто відповідають стану плит без зовнішнього навантаження.

Таблиця 4.17

Порівняння аналітичних, чисельних і експериментальних значень частот власних коливань модельних плит з шарнірним обпиранням по контуру

Плита	Частота	ANSYS	SOFiSTiK	Експеримент	Розрахунок
Залізобетонна	1	2317,6	2311,6	2620,2	2347,4
	2	3300,8	3289,4	3802,8	3318,8
	3	8377,6	8357,8	9720,2	8418,3
	4	9309,0	9219,1	10917,4	9389,6
	5	12749,6	12359,8	Не визначалася	
Фібробетонна	1	2353,0	2341,1	2662,6	2383,0
	2	3349,2	3329,7	3854,9	3369,2
	3	8506,3	8486,6	9891,3	8546,1
	4	9482,7	9372,1	11109,7	9532,1
	5	12819,2	12404,1	Не визначалася	

Таблиця 4.18

Порівняння частот власних коливань модельних плит з шарнірним обпиранням по двох сторонах

Плита	Частота	ANSYS	SOFiSTiK	Експеримент	Розрахунок
Залізобетонна	1	427,5	423,1	496,6	442,5
	2	1441,2	1430,7	1722,2	1498,3
	3	1714,1	1675,9	2051,9	1764,6
	4	3233,9	3145,4	3905,0	3323,2
	5	6749,6	6459,8	Не визначалася	
Фібробетонна	1	451,7	446,7	528,3	469,7
	2	1531,6	1520,3	1824,7	1582,0
	3	1817,1	1769,1	2166,7	1867,7
	4	3398,6	3307,4	4111,8	3490,9
	5	6819,2	6504,1	Не визначалася	

Таблиця 4.19

Порівняння частот власних коливань серійних плит з шарнірним обпиранням по двох сторонах

Плита	Частота	ANSYS	SOFiSTiK	Експеримент	Розрахунок
Залізобетонна	1	218,6	216,6	245,8	222,2
	2	732,2	726,4	844,0	742,7
	3	868,4	860,1	1005,7	881,0
	4	1596,3	1579,1	1891,9	1636,5
	5	3749,6	3689,1	Не визначалася	
Фібробетонна	1	231,1	229,1	262,4	235,9
	2	777,7	779,7	892,0	788,5
	3	921,1	912,6	1060,5	935,4
	4	1697,2	1662,1	1997,2	1737,6
	5	3789,2	3724,4	Не визначалася	

4.8. Висновки по розділу

Виготовлені в лабораторних умовах зразки пустотних та аеродромних плит в двох варіантах – бетонними та сталевібробетонними. Виготовлені (за участю здобувача) в заводських умовах такі ж конструкції, але в серійному виконанні. Проведений в лабораторних умовах кафедри будівельної механіки ОДАБА модальний аналіз всіх виготовлених конструкцій, після чого виконане комп'ютерне моделювання і чисельний аналіз усіх перелічених конструкцій методом скінчених елементів.

Здійснений порівняльний аналіз всіх отриманих теоретичних, експериментальних і комп'ютерних результатів показав наступне:

- спектр частот, обчислений методом скінчених елементів (ANSYS) приблизно на 4 % нижчий, чим обчислений аналітично;
- результати розрахунку в SOFiSTiK на 2 % відрізняються від результатів, отриманих в ANSYS;
- розбіжність з експериментальними даними досягає 15 %, причому, усі частоти, обчислені експериментально, більші частот, обчислених аналітично або методом скінчених елементів.

ВИСНОВКИ ПО РОБОТІ

1. Виконане випробування зразків фібробетону з різними відсотками дисперсного армування на ударну в'язкість (використовувалися три типи фібри — із загнутими кінцями, хвильова й плющена), які показали, що ударна в'язкість суттєво зростає при наявності фібри, але тип фібри не виявляє на неї практично ніякого впливу. Зразки, армовані зі змістом фібри 1,0 і 1,5 % незначно відрізняються по ударній в'язкості, що дає підставу рекомендувати 1,0 відсоток дисперсного армування за обсягом, як при статичних навантаженнях, так і при динамічних.

2. Для проведення експериментальних досліджень з визначення частот і форм власних коливань конструкцій за участю автора розроблено випробувальний стенд MODAL-2. Для його верифікації досліджувалися вільні коливання сталевих балок різної довжини з шарнірним обпиранням по кінцях і однаковим поперечним перерізом — двутавр №20.

3. Виготовлені в лабораторних умовах зразки балок, пустотних та аеродромних плит з бетону та фібро бетону і в заводських умовах такі ж конструкції, але в серійному виконанні.

4. В лабораторних умовах кафедри будівельної механіки ОДАБА проведений модальний аналіз всіх виготовлених конструкцій.

5. Виконане комп'ютерне моделювання і чисельний аналіз усіх перелічених конструкцій методом скінчених елементів.

6. Аналіз результатів дослідження балок показав наступне: спектр частот, обчислений методом скінчених елементів (ПК ЛІРА), на 4 % нижчий, чим обчислений аналітично; результати розрахунку в SOFiSTiK на 2 % відрізняються від результатів, отриманих в ПК ЛІРА; розбіжність з експериментальними даними досягає 20 %, причому, усі частоти, обчислені експериментально, більші частот, обчислених аналітично або методом скінчених елементів.

7. Аналіз результатів дослідження пустотних та аеродромних плит показав наступне: спектр частот, обчислений методом скінчених елементів (ANSYS), на 4 % нижчий, чим обчислений аналітично; результати розрахунку в SOFiSTiK на 2 % відрізняються від результатів, отриманих в ANSYS; розбіжність з експериментальними даними досягає 15 %, причому, усі частоти, обчислені експериментально, більші частот, обчислених аналітично або методом скінчених елементів.

8. У всіх проведених дослідженнях спектр частот фібробетонних конструкцій вищий, ніж у бетонних, що дає підставу рекомендувати фібробетон для виготовлення конструкцій, які будуть працювати в умовах динамічних впливів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Кольский Г. Исследование механических свойств материалов при больших скоростях нагружения. К.: Механика, 1950. Вып. № 4. С. 108–119.
2. Forquin P., Piotrowska E., Gary G. Dynamic testing of concrete under high confined pressure. Influence of saturation ratio and aggregate size. *EPJ Web of Conferences*, 2015. № 94.
3. Gunay A., Karadeniz S., Kaya M. An Experimental Study on the Dynamic Behavior of an Ultra High-Strength Concrete. *Applied Sciences*, June 2020. Vol. 10(12).15 p.
4. Морозов В. И., Пухаренко Ю. В. Эффективность применения фибробетона в конструкциях при динамических воздействиях. *Вестник МГСУ*, 2014. Вып. № 3. С. 189–196.
5. Брагов А. М., Карихалоо Б., Константинов А. Ю., Ламзин Д. А., Ломунов А. К. Исследование механических свойств фибробетонна с помощью методики Кольского и её модификаций. *Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского*, 2011. Вып. № 4(1). С. 123–129.
6. Ruiz C., R. Mines. The Hopkinson pressure bar: an alternative to the instrumented pendulum for Charpy tests. *International Journal of Fracture*, 1985. Вып. 29(2). P. 101–109.
7. ГОСТ 9454-78. Метод испытания на ударный изгиб при пониженной, комнатной и повышенных температурах. М.: ИПК Изд-во стандартов, 2003. 9 с.
8. Золомин. Ю. Д. Коэффициент динамического упрочнения сталефибробетона при растяжении. *Научный журнал «Современные наукоёмкие технологии»*, 2004. Вып. № 2. С. 150–155.
9. Брагов А. М., Кадони Э., Крушка Л. Современные методы динамических испытаний материалов. *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского*, 2011. Вып. № 4 (5). С. 2039–2040.

10. Баженов Ю.М. Бетон при динамическом нагружении. М.: Стройиздат, 1970. 274 с.
11. Chujie J., Wei S., Shi H., Guoping J. Behavior of steel fiber-reinforced high-strength concrete at medium strain rate. *Frontiers of Structural and Civil Engineering*, China 2009. Vol. 3. Issue (2). P. 131–136.
12. Wang S., Zhang M., Quek T. Compressive behavior of plain and fiber-reinforced high-strength concrete subjected to high strain rate loading. *Applied Mechanics and Materials*, 2011. Vol. 82. P. 57–62.
13. Xu Z., Hao H., Li H. Influence of fibre shapes on dynamic compressive behaviour of fibre reinforced concrete. *Applied Mechanics and Materials*, 2011. Vol. 82. P. 112–117.
14. Asprone D., Iucolano F., Cadoni E., Prota A. Analysis of the strain-rate behavior of a basalt fiber reinforced mortar. *Applied Mechanics and Materials*, 2011. Vol. 82. P. 196–201.
15. Капустин Д. Е. Прочностные деформационные характеристики несъёмной сталефибробетонной опалубки как несущего элемента железобетонных конструкций. Диссертация на соискание учёной степени канд. техн. наук. Москва, 2015. 209 с.
16. ASTM C1018-89 Standard Test Method for Flexural Toughness and First Crack Strength of Fibre Reinforced Concrete (Using Beam with Third-Point Loading). Book of ASTM Standards. Part 04.02. American Society for Testing and Materials. Philadelphia, 1991. P. 507–513.
17. ГОСТ 10180-2012. Методы определения прочности по контрольным образцам. М.: Бетоны, 2013.
18. Ламзин Д. А. Высокоскоростное деформирование и разрушение мелкозернистых бетонов. Диссертация на соискание учёной степени канд. техн. наук. Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского» (НИИМ Нижегородского университета), 2014. 144 с.

19. Wang. L., Hu X. Z., Huang Y. L., Li Y. C. Dynamic tensile strength tests for steel fiber reinforced concrete. *Journal of Vibration and Shock*, 2011. Vol. 30 Issue (10). P. 50–53.
20. Барбашев Н. П. Расчёт железобетонной арки в грунте на действие динамической нагрузки. *Вестник НИУ МГСУ. Проектирование и конструирование строительных систем. Проблемы механики в строительстве*, 2016. Вып. № 1. С. 35–43.
21. Кумпяк О. Г., Кокорин Д. Н. Экспериментальные исследования железобетонных балок на податливых опорах по наклонным сечениям при кратковременном динамическом нагружении. *Вестник ТГАСУ. Строительные конструкции здания и сооружения*, 2011. Вып. № 1. С. 116–129.
22. Кумпяк О. Г., Галяутдинов З. Р. Исследование динамического деформирования железобетонных плит на податливых опорах. Томский государственный архитектурно-строительный университет, Томск 2016. С. 108–115.
23. Беликов А. А., Жарницкий В. И. Упругопластические колебания железобетонных балок при действии поперечной и продольной динамических нагрузок. *Вестник МГСУ*, 2011. Вып. № 2. С. 145–147.
24. Чайковский Р. Э. Собственные колебания железобетонных балок с трещинами. *Сборник научных трудов Полтавского национального технического университета им. Ю. Кондратюка. Отраслевое машиностроение, строительство*, 2009. Вып. 2. С. 50–55.
25. СНиП 2.03.01-84*. Бетонные и железобетонные конструкции. М.: ЦИТП Госстроя РФ, 1996.
26. Прокопович И. Е., Зедгенидзе В. А. Прикладная теория ползучести. М.: Стройиздат, 1980. 240 с.
27. Белов Н. Н., Югов Н. Т., Копаница Д. Г., Югов А. А., Черникова Е. В., Мамцев Р. С., Устинов А. М. Расчёт прочности конструкций из

бетонных и железобетонных плит на высокоскоростной удар модельным снарядом. *Вестник ТГАСУ*, 2013. Вып. № 4. С.143–156.

28. Белов Н. Н., Югов Н. Т., Афанасьева С. А., Федосов О. Ю., Югов А. А., Мамцев Р. С. Анализ прочности конструкций из пространственно-разнесённых сталебетонных плит при высокоскоростном ударе составным металлическим ударником. *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*, 2013. Вып. № 1(21). С. 41–51.

29. Радченко П. А., Батуев С. П., Плевков В. С. Исследование разрушения железобетонных конструкций при динамических нагрузках. Томский государственный архитектурно-строительный университет, 2013. Т.18. Вып.4. С. 1578–1579.

30. Lee P. K. K., Ho D., Chung H. Static and Dynamic Tests of Concrete Bridge. *Journal of Structural Engineering*, January 1987. Vol. 113, Issue 1. P. 61–73.

31. Sridhar R., Prasad R. Static and dynamic responses of a reinforced concrete beam strengthened with steel and polypropylene fibers. *Slovak Journal of Civil Engineering*, 2019. Vol. 27. No. 3. P. 44–54.

32. Струговец И. Б. Водопропускные трубы на основе модифицированного сталефибробетона: автореферат на соискание учёной степени кандидата технических наук: 05.23.05. Уфа, 2005. 26 с.

33. Уткин Д. Г., Д. В. Григорьев, И. А. Зайцев. Определение прочностных и деформативных свойств сталефибробетона при статическом и кратковременном динамическом нагружениях. *Вестник ТГАСУ*, 2016. Вып. № 6. С. 139–149.

34. Уткин Д. Г. Деформирование изгибаемых сталефиброжелезобетонных элементов со смешанным армированием при кратковременном динамическом нагружении. *Вестник ТГАСУ*, 2015. Вып. № 5. С. 80–89.

35. Картоплянцев В. М., Димо Кисов, Картоплянцев А. В., Колмаков Б. Д. Динамические испытания сталежелезобетонных мостов с учётом

влияния дефектов проезжей части. *Вестник ТГАСУ*, 2016. Вып. № 5. С. 178–193.

36. Nia A. A., Hedayatian M., Nili M., Sabet V. A. An experimental and numerical study on how steel and polypropylene fibers affect the impact resistance in fiber-reinforced concrete. *International Journal of Impact Engineering*, 2012. Vol. 46. P. 62–73.

37. Caverzan A., Cadoni E., Prisco M. Tensile behaviour of high performance fibre-reinforced cementitious composites at high strain rates. *International Journal of Impact Engineering* 45, 2012. P. 28–38.

38. Caverzan A., Cadoni E., Prisco M. Dynamic tensile behaviour of self compacting steel fibre reinforced concrete. *Applied Mechanics and Materials*, 2011. Vol. 82. P. 220–225.

39. Chien Yet T., Hamid R., Kasmuri M. Dynamic Stress-Strain Behaviour of Steel Fiber Reinforced High-Performance Concrete with Fly Ash. *Advances in Civil Engineering*, 2012. 6 p.

40. Katzensteiner B., Mindess S., Filiatrault A., Banthia N. Dynamic Tests of Steel-Fiber Reinforced Concrete Frames. *Concrete International*. Vol. 16, Issue: 9. P. 57–60.

41. Rasekh R. Z. Pressure-impulse diagrams using finite element analysis for reinforced concrete columns subjected to blast loading: Candidate for the Master of Science Degree. Civil Engineering. University of Missouri Kansas City, 2011. 96 p.

42. Ekstrom J. Blast and Impact Loaded Concrete Structures. Numerical and Experimental Methodologies for Reinforced Plain and Fibre Concrete Structures: Thesis for the degree of Doctor of Philosophy. Department of Architecture and Civil Engineering Division of Structural Engineering Chalmers University of Technology. Gothenburg, Sweden, 2017.

43. Ahmad S., Elahi A., Ghaffar A., Rahman A. Impulsive loading on reinforced concrete wall. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers. Structures and Buildings*, March 2013. Vol. 166, Issue 3. P. 153–162.

44. Radchenko A., Radchenko P., Batuev S., Plevkov V. Modeling fracture of reinforced concrete structures under impact. Tomsk State University of Architecture and Building. Vol. 4, Issue 3. P. 22–29.

45. Глота И. О., Матвеев В. П., Цветкова Р. В., Шардакова И. Н., Шестаков А. П. Пространственно-временное распределение деформационных процессов в железобетонной конструкции при ударно-волновом воздействии (расчёт, эксперимент). *Известия Российской академии наук механика твёрдого тела*, 2019. Вып. № 2. С. 72–84.

46. Andac Lulec. Simplified Analytical Tools for Impact and Impulsive Loading Analysis of Reinforced Concrete Structures. Doctor of Philosophy Graduate Department of Civil Engineering University of Toronto, 2017. 203 p.

47. Izadifard R. A., Mollaei S., Nia Omran M. E. Preparing Pressure-Impulse Diagrams for Reinforced Concrete Columns with Constant Axial Load using Single Degree of Freedom Approach. *International Journal of Advancements in Technology*, 2016. Volume 7, Issue 4. 9 p.

48. Trevor D. Hrynyk, Frank J. Modeling of Reinforced and Fiber-Reinforced Concrete Slabs under Impact Loads. American Concrete Institute. *International Concrete Abstracts Portal*, September 2017. Vol. 321 p.

49. Батуев С. П. Численное моделирование поведения металлических и неметаллических конструкций при ударных и импульсных нагрузках. Диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук: 01.02.04. Томск, 2017.

50. Бродский В. В. Сопротивление динамическим импульсным воздействиям предварительно напряжённых бетонных элементов и железобетонных колонн: автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата технических наук. Ростов – на – Дону, 2001.

51. Abedini M., Mutalib A. A., Raman S. N., Alipour R., Akhlaghi E. Pressure–Impulse Diagrams for Reinforced Concrete Structures. *Article in Archives of Computational Methods in Engineering*, February 2018.

52. Ren P., Zhou J., Tian A., Zhang W., Huang W. Experimental and Numerical Investigation of the Dynamic Behavior of Clamped Thin Panel Subjected to Underwater Impulsive Loading. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 2017. Vol. 14(6). P. 978–999.

53. Пименов В. Н., Грибков В. А., Иванов Л. И., Демина Е. В., Масляев С. А., Дубровский А. В., Шольц М., Миклашевский Р., Угасте Ю. Э., Колман Б. Экстремальные импульсные воздействия энергии на малоактивируемые аустенитные стали. *Вопросы атомной науки и техники. Физика радиационных повреждений и радиационное материаловедение*, 2005. Вып. № 3 (86). С.144–150.

54. Соловьев А. Н. Численное моделирование эксперимента по импульсному воздействию на пьезоэлектрический генератор стекового типа. *Вестник Донского государственного технического университета*, 2016. Вып. №1(84). С. 19–26.

55. Грузин В. В., Абраменков Д. Э., Грузин А. В. Обоснование и выбор параметров измерительно-обрабатывающего комплекса для исследования импульсных воздействий на грунт. *Вестник науки Казахского агротехнического университета им. С. Сейфуллина*, 2014. Вып. №1 (80). С.124–131.

56. Радченко П. А., Батуев С. П., Радченко А. В., Плевков В. С. Численное моделирование разрушения оболочки из бетона и фибробетона при импульсном воздействии. *Омский научный вестник. Томский государственный архитектурно-строительный университет*, 2015. Вып. №3 (143). С. 345–348.

57. Radchenko P., Batuev S., Radchenko A. Simulation of the fracture of materials and structures under dynamic loads using parallel computing. *Journal of Physics. Conference Series*, 2019. Vol. 1392, Is. 1.

58. Frew D. J., Forrestal M. J., Chen W. Pulse Shaping Techniques for Testing Brittle Materials with a Split Hopkinson Pressure Bar. *Experimental Mechanics*. Vol. 42(1). P. 93–106.

59. Уздин А. М., Сандович Т. А., Аль-Насер Мохамед Самих Амин. Основы теории сейсмостойкости и сейсмостойкого строительства зданий и сооружений. - С.Пб.: Изд-во ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева, 1993, 176 с.
60. СНиП II—7-81*. Строительство в сейсмических районах. Госстрой России, М.: 2000.
61. Гагин В. И. Случайные колебания нелинейных систем с деградирующей жёсткостью и идентификация их параметров. *Строительная механика и расчёт сооружений*, 1991. Вып. № 2. С. 67–76.
62. Хачиян Э. Е. Сейсмические воздействия на высотные здания и сооружения. Ереван, Изд-во «АЙАСТАН», 1973. 328с.
63. Жарницкий В. И., Иванов С. С. Соотношение упругих моментов, прогибы и частоты собственных колебаний железобетонной защемлённой балки. *Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений*, 2003. Вып. № 1. С. 14–19.
64. Иванов С. С. Железобетонная балка, защемлённая на одном конце и шарнирно опёртая на другом: соотношение упругих моментов, прогибы и частоты собственных колебаний. *Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений*, 2003. Вып. № 1. С. 17–19.
65. Кулыгин Ю. С. Рекомендации по назначению коэффициентов условий работы при расчёте несущей способности железобетонных элементов на сейсмические воздействия. *Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений*, 2005. Вып. № 3. С. 40–44.
66. Подскребко М. Д. Сопротивление материалов. Учебник, Минск: Высшая школа, 2007. 192 с.
67. Сур'янінов М. Г., Дащенко О. Ф., Білоус П. О., Оборський Г. О. Теоретичні основи динаміки машин: навч. посібник. – 2-е вид., перер. і доп. під ред. М.Г. Сур'янінова. Одесса: Астропринт, 2008. 412 с.
68. Коробко В. И. Об одной "замечательной" закономерности в теории упругих пластинок. *Изв. вузов. Строительство и архитектура*, 1989. Вып. №11. С. 32–36.

69. Коробко В. И. Закономерности золотой пропорции в строительной механике: Приложения в области обследования и испытания сооружений. Ставропольский государственный педагогический институт, 1991. 112 с.
70. Фесик С. П. Справочник по сопротивлению материалов. Киев: Будивельник, 1982. 280 с.
71. Коробко В. И., Слюсарев Г. В. Способ регистрации колебаний и разделения их на компоненты. А. с. № 1516800 СССР, М. Кл⁴ G 01 N 17/00. Оpubл. в БИ, 1989. Вып. № 39.
72. Коробко В. И.. Способ определения массы протяжённого изделия. А. с. № 1536213 СССР, М. Кл⁴ G 01 N 3/16. Оpubл. в БИ, 1990. Вып. № 14.
73. Идрисов Н. Д., Коробко В. И., Слюсарев Г. В. Способ определения собственных частот изгибных колебаний элементов конструкций на стенде. А. с. № 1613902 СССР, М. Кл⁵ G 01 N 7/00. Оpubл. в БИ, 1990. Вып. № 46.
74. Коробко В. И., Бояркина С. В. Способ определения массы изделия. А. с. № 1639206 СССР, М. Кл⁴ G 01 N 3/16. Оpubл. в БИ, 1991. Вып. № 12.
75. Идрисов Н. Д., Коробко В. И. и др. Способ контроля жёсткости на изгиб железобетонных элементов. А. с. № 1640595 СССР, М. Кл⁵ G 01 N 3/08. / Оpubл. в БИ, 1991. Вып. № 13.
76. Идрисов Н. Д., Коробко В. И. Способ определения перемещения плоских элементов конструкций под нагрузкой. А. с. № 1647345 СССР, М. Кл⁵ G 01 N 3/08. / Оpubл. в БИ, 1991. Вып. № 17.
77. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в трёх томах. Том 3. Под ред. И. А. Биргера и Я. Г. Пановко. Москва, издательство "Машиностроение", 1968. 567 с.

78. Морозов В. И., Пухаренко Ю. В. Эффективность применения фибробетона в конструкциях при динамических воздействиях. *Вестник МГСУ*, 2014. Вып. № 3. С. 189–196.
79. Гафарова Н. Е. Фибробетон для сейсмоопасных районов строительства. *Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований*, 2016. Вып. № 9-2. С. 179–181.
80. Wille K., El-Tawil S., Naaman A. E. Properties of strain hardening ultra high performance fiber reinforced concrete (UHP-FRC) under direct tensile loading. *Cement and Concrete Composites*, 2014. Vol. 48. P. 53–66.
81. Пухаренко Ю. В. Научные и практические основы формирования структуры и свойств фибробетонов: автореф. дисс. док. техн. наук. СПб., 2004. 46 с.
82. Рабинович Ф. Н. Композиты на основе дисперсно-армированных бетонов. Вопросы теории и проектирования, технологии, конструкции: М.: Изд-во АСВ, 2004. 560 с.
83. Naktanir T., Ari K., Altun F., Atis C. D., Karahan O. Effects of steel fibers and mineral filler on the water-tightness of concrete pipes. *Cement and Concrete Composites*, 2006. Vol. 28. no. 9. P. 811–816.
84. Bhikshma V., Manipal K. Study on mechanical properties of recycled aggregate concrete containing steel fibers. *Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing)*, 2012. Vol. 13 (2). P. 155–164.
85. Bhikshma V., Singh J. L. Investigations on mechanical properties of recycled aggregate concrete containing steel fibers. *Indian Concrete Institute Journal*, 2010. Vol. 4–9 (10), P. 15–19.
86. Shah P. S., Rangan V. K. Effect of fiber addition on concrete strength. *Indian Concrete Journal*, 1994. Vol. 5. No. 2–6 (5). P. 13–21.
87. Rasheed M. H. F., Agha A. Z. S. Analysis of Fibrous Reinforced Concrete Beams. *Engineering and Technical Journal*, 2012. Vol. 30 (6). P. 974–987.

88. Брагов А. М., Карихалу Б. Л., Константинов А. Ю., Ламзин Д. А., Ломунов А. К. Исследование механических свойств фибробетона с помощью методики Кольского и её модификаций. *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского*, 2011. Вып. № 4 (1). С. 123–129.
89. Леонович И. А. Прочностные свойства фибробетона с заполнителем из микросфер наполнителем при ударном нагружении. *Вестник Белорусско-Российского университета*, 2008. Вып. № 2 (19). С. 129–136.
90. Wang Y. S. Backer Toughness determination for fiber reinforced concrete. *International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete*, 1989. Vol. 11. Issue 1. P. 11–19.
91. Gopalaratnam V. S., Shah S. P., Batson G., Criswell M., Ramakishnan V., Wecharatana M. Fracture Toughness of Fiber Reinforced Concrete. *Materials Journal*, 1991. Vol. 88. Issue 4. P. 339–353.
92. BS EN 14889-1:2006 Fibres for concrete. Steel fibres. Definitions, specifications and conformity.
93. ДСТУ-Н Б В.2.6-78:2009. Настанова з проектування та виготовлення сталеві фібробетонних конструкцій. Київ: Мінрегіонбуд України, 2009. 43 с. (Національний стандарт України).
94. ДСТУ-Н Б В.2.6-218:2016. Настанова з проектування та виготовлення конструкцій з дисперсноармованого бетону. Київ: ДП "УкрНДНЦ", 2017. 35 с.
95. Bruhwiler E. Rehabilitation and strengthening of concrete structures using Ultra-High Performance Fiber Reinforced Concrete. *Concrete Repair, Rehabilitation and Retrofitting III* – Alexander et al. (eds) Taylor & Francis Group, London 2012. P. 72–79.
96. Натан А. А., Горбачёв О. Г., Гуз С. А. Математическая статистика. Учеб. пособие, М.: МЗ Пресс МФТИ, 2004. 245 с.
97. Самыловский А. И. Математические модели и методы для социологов. Учебник для студентов ВУЗов. Московский гос. ун-т им. М. В.

Ломоносова, Социологический фак, Москва 2009. Кн. 2: Математическая статистика. 153 с.

98. Королук В. С., Портенко Н. И., Скороход А. В., Турбин А. Ф. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. М.: Наука, 1985. 640 с.

99. Гёлль П. Как превратить персональный компьютер в измерительный комплекс. ЛитРес, 2019. 145 с.

100. Бабаков И. М. Теория колебаний. Учеб. пособие. 4-е изд., испр. М.: Дрофа, 2004. 591 с.

101. Василенко М. В., Алексейчук О. М. Теорія коливань і стійкості руху. К.: Вища школа, 2004. 525 с.

102. Акатьев В. А., Нигметов Г. М., Нигметов Т. Г. Влияние степени армирования железобетонной балки на её амплитудно-частотную характеристику. *Современные наукоёмкие технологии*, 2015. Вып. № 3. С. 10–14.

103. Попков В. И., Попков С. В. Колебания механизмов и конструкций. СПб.: Сударыня, 2009. 490 с.

104. Босаков С. В., Щетько Н. С. Нелинейные колебания однопролётных балок. Проблемы современного бетона и железобетона. Под ред. Марковского М. Сб. тр.: Минск Стринко, 2007. Ч. 1. С. 77–95.

105. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений. Под ред. А.Ф. Смирнова. М.: Стройиздат, 1984. 415 с.

106. Пецольд Т. М., Тур В. В. Железобетонные конструкции. Основы теории, расчёта и конструирования. Издательство БГТУ, Брест 2003. 380 с.

107. Рабинович Ф. Н. Композиты на основе дисперсно-армированных бетонов. Вопросы теории и проектирования, технология, конструкции: монография. М.: Изд-во АСВ, 2004. 560 с.

108. Harvinder Singh Steel Fiber Reinforced Concrete: Behavior, Modelling and Design. Springer, 2017. 172 p.

109. Оробей В. Ф., Сурьянинов Н. Г., Лазарева Д. В. Моделирование задач динамики стержневых систем методами граничных и конечных элементов. Изв. вузов. Строительство, 2006. Вып. №7. С. 98–102.
110. Безухов Н. И., Лужин О. В., Колкунов Н. Устойчивость и динамика сооружений. М.: Высшая школа, 1987. 264 с.
111. Масленников А. М. Расчёт строительных конструкций численными методами. Л.: Изд-во ЛГУ, 1987. 225 с.
112. Дашенко А. Ф., Коломиец Л. В., Оробей В. Ф., Сурьянинов Н. Г. Численно-аналитический метод граничных элементов. Одесса: ВМВ, 2010. В 2-х томах. Т.1. 416 с. Т.2. 512 с.
113. Оробей В. Ф., Сурьянинов Н. Г. Основные положения численно-аналитического варианта МГЭ. Труды Санкт-Петербургского политехнич. ун-та. Инженерно-строительный журнал. СПб, 2011. Вып. № 4 (22). С. 33–39.
114. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М.: Наука, 1988. 552 с.
115. Ильин В. П., Карпов В. В., Масленников А. М. Численные методы решения задач строительной механики. Мн.: Высшая школа, 1990. 349 с.
116. Д.А. Городецкий, М.С. Барабаш, Р.Ю. Водопьянов и др. Программный комплекс ЛИРА-САПР 2015. Учебное пособие. Под ред. академика РААСН А.С. Городецкого. М.: Электронное издание, 2015. 376 с.
117. Семенов А.А., Старцева Л.В., Маляренко А.А., Порываев И.А. Строительная механика (спецкурс). Применение ПК SCAD Office для решения задач динамики и устойчивости стержневых систем. Москва: Изд-во СКАД СОФТ: Изд. Дом АСВ, 2016. 255 с.
118. Басов К. А. ANSYS. Справочник пользователя. М.: ДМК Пресс, 2005. 640 с.
119. Лазарева Д. В., Сорока М. М., Шиляев О. С. Прийоми роботи з ПК ANSYS при розв'язанні задач механіки. Під редакцією Сур'янінова М. Г.: монографія. Одеса: ОДАБА, 2020. 432 с.

120. Кухтин В. Н., Булаев И. В., Баранов И. С. Применение расчётного комплекса SOFiSTiK для расчёта мостовых конструкций. Учебное пособие. М.: МАДИ, 2015. 136 с.
121. Варвак П.М. и др. Метод конечных элементов. К.: Высшая школа, 1981. 176 с.
122. Баженов В. А., Перельмутер А. В., Шишов О. В. Будівельна механіка. Комп'ютерні технології. К.: Каравела 2009. 696 с.
123. Образцов И. Ф., Савельев Л. М., Хазанов Х. С. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов. М.: Высшая школа, 1985. 392 с.
124. Оробей В. Ф., Сурьянинов Н. Г., Лазарева Д. В. Моделирование задач динамики стержневых систем методами граничных и конечных элементов. Изв. вузов. Строительство, 2006. Вып. №7. С. 98-102.
125. А. Б. Гольшев, В. Я. Бачинский, В. П. Полищук, А. В. Харченко, И. В. Руденко. Проектирование железобетонных конструкций. Справочное пособие, 1990. 543 с.
126. Боровских А. В. Расчёты железобетонных конструкций по предельным состояниям и предельному равновесию. М.: Изд-во АСВ, 2004. 320 с.
127. David Fanella. Reinforced Concrete Structures: Analysis and Design, Second Edition. New York, 2015. 976 p.
128. Karpyuk V. M., Kostyuk A. I., Semina Yu. A. General Case of Nonlinear Deformation-Strength Model of Reinforced Concrete Structures. *Strength of Materials*, USA, 2018, Vol. 50, Issue 3. P. 453–464.
129. Matija Orešković, Aleksej Aniskin, Yevgenii Klymenko, Goran Kozina. Analysis of Damaged Concrete Columns of Circular Cross-Section. *Technical gazette*, April 2018. Vol. № 25. No.2. P. 337–343.
130. Коробко В. И., Коробко А. В. Строительная механика: Динамика и устойчивость стержневых систем. М.: Изд-во АСВ, 2008. 399 с.

131. Кумпяк О. Г., Копаница Д. Г. Прочность и деформативность железобетонных сооружений при кратковременном динамическом нагружении. Томск: Изд-во СТТ, 2002. 333 с.
132. Manuel Miranda. Dynamic behavior of reinforced concrete. London 2011. 111 p.
133. Масленников А. М., Ончири Р. О. Колебания железобетонной балки при наличии трещин. *Известия ОрелГТУ Научный журнал*, 2007(апрель-июнь). Вып. № 2/14(530), 83–85с.
134. Галяутдинов З. Р. Расчёт железобетонных плит на кратковременные динамические нагрузки с учётом появления и развития трещин. Проблемы развития теории сооружений и совершенствования строительных конструкций, Томск 2002. С. 52–53.
135. Милов М. В., Нигметов Г. М., Сидорев Р. А. Оценка армирования и остаточного ресурса железобетонной балки по её динамическим параметрам. *International journal of applied and fundamental research*, 2016. Вып. № 2, С. 24–40.
136. Сур'янінов М. Г., Маковкіна Т. С. Аналітичні і експериментальні дослідження вільних коливань сталевіфібробетонних балок. *Наукові Нотатки*, Луцьк 2019. Вип. № 66. С. 351–355.
137. Сурьянинов Н.Г., Маковкина Т.С. Экспериментальные исследования свободных колебаний железобетонных и фибробетонных балок. *Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури*, 2019. Вып. №74. С. 75–81.
138. Безухов Н.И., Лужин О.В., Колкунов Н. Устойчивость и динамика сооружений. М.: Высшая школа, 1987. 264 с.

ДОДАТКИ

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ ТА ВІДОМОСТІ ПРО АПРОБАЦІЮ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЇ

Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати
дисертації:

Статті у наукових фахових виданнях України

1. Сурьянинов Н. Г., Маковкина Т. С. Экспериментальные исследования свободных колебаний железобетонных и фибробетонных балок. *Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури*, 2019. №74. С. 75–81. ISSN 2415-377X. doi: 10.31650/2415-377X-2019-74-75-81.

<http://visnyk-odaba.org.ua/archive74.html>

2. Surianinov M., Makovkina T., Chuchmai O. Experimental and computer researches of hollow-core slabs oscillations. *Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури*, 2020. №78. С. 63–70. ISSN 2415-377X. doi: 10.31650/2415-377X-2020-78-63-70.

<http://visnyk-odaba.org.ua/archive78.html>

3. Сурьянинов Н.Г., Маковкина Т.С. Аналитические и экспериментальные исследования свободных колебаний сталефибробетонных балок. *Міжвузівський збірник «Наукові Нотатки» Луцький національний технічний університет*, 2019. №66. С. 351–355. ISSN: 24-15-39-66.

https://eforum.lntu.edu.ua/index.php/naukovi_notatky/issue/view/37/43

4. Makovkina T. S., Surianinov M. H., Chuchmai O. M. Modal analysis of reinforced concrete and fiber concrete. *The scientific journal Mechanics and Mathematical Methods*, 2021. №1(3). С. 95–106. ISSN: 2618-0650.

<http://mmm-journal.com.ua/journals/5/8.pdf>

Статті у наукових періодичних виданнях інших держав

5. Surianinov N. G., Balduk P. G., Makovkina T. S. Fundamental solutions of the problem on orthotropic plates vibrations. *European Journal of Technical and Natural Sciences*, 2018. No. 2. P. 29–32. ISSN 2414-2352.

http://ppublishing.org/upload/iblock/ff7/EJT-2_2018.pdf

6. Сурьянинов Н. Г., Бажанова А. Ю., Маковкина Т. С. Свободные колебания ортотропных пластин. *Open Access Peer-reviewed Journal. Science Review*, March 2018. Vol. 2, No 3(10). P. 53-57. ISSN 2544–9346. DOI: 10.31435/rsglobal_sr.

<https://rsglobal.pl/index.php/sr/index>

7. Vyhnanets M., Neutov S., Surianinov M., Makovkina T. Experimental research on the mechanical properties of steel fiber concrete. *International Journal of Recent Scientific Research Research*, July 2020. Vol. 11. Issue, 07 (A). P. 39100–39104. ISSN 0976-3031. DOI: 10.24327/IJRSR.

<https://recentscientific.com/experimental-research-mechanical-properties-steel-fiber-concrete>

8. Surianinov M., Andronov V., Otrosh Y., Makovkina T., Vasiukov S. Concrete and Fiber Concrete Impact Strength. *Materials Science Forum this link is disabled*, 2020, Vol. 1006. P. 101–106. ISSN 1662-9752. (Index Scopus).

<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.1006.101>

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

9. Сурьянинов Н. Г., Маковкина Т. С. Вынужденные колебания связанных фибробетонных балок при их аппроксимации системой с двумя степенями свободы. *Актуальні проблеми інженерної механіки: тези доповідей V Міжнар. конф.* Одеса, 2018. С. 153–154.

10. Балдук П. Г., Сидорчук М. М., Маковкіна Т. С. Лабораторні та комп'ютерні дослідження сталеві фібробетонних балок. *74-я науково-технічна конференція професорсько-викладацького складу академії: тези доповідей.* ОДАБА, 2018. С. 305. ISBN 978–617–7195–61–9.

11. Бажанова А. Ю., Маковкина Т. С., Чопенко С. В. Экспериментальные исследования свободных колебаний железобетонных и фибробетонных балок. VI Міжнародна конференція. *Актуальні проблеми інженерної механіки: тези доповідей.* Одеса, 2019. С. 29–30.

12. Неутов С. Ф., Корнеева И. Б., Выгнанец М. М., Маковкина Т. С. Экспериментальные исследования сталеві фібробетонных конструкций. VI Міжнародна конференція. *Актуальні проблеми інженерної механіки: тези доповідей.* Одеса, 2019. С. 147–149.

13. Сурьянинов Н. Г., Маковкина Т. С., Чучмай А. М. Экспериментальные и компьютерные исследования колебаний пустотных плит. VII Міжнародна конференція. *Актуальні проблеми інженерної механіки: тези доповідей.* Одеса, 2020. С. 230–232.

14. Сурьянинов Н. Г., Маковкина Т. С., Кириченко Д. А. Стенд для проведения модального анализа. Новые направления развития приборостроения. *13-я Міжнародна науково-технічна конференція молодих науковців та студентів: тези доповідей.* Мінськ, 2020. С. 276.

Продовження додатку А

Відомості про результати апробації дисертації

- V Міжнародна науково-практична конференція "Актуальні проблеми інженерної механіки" (Одеса, 22-25 травня 2018 р., – очна участь);
- 74–я науково–технічна конференція професорсько–викладацького складу академії (Одеса, 17-18 травня 2018 р., – очна участь);
- VI Міжнародна науково-практична конференція "Актуальні проблеми інженерної механіки" (Одеса, 20-24 травня 2019 р., – очна участь);
- VII Міжнародна науково-практична конференція "Актуальні проблеми інженерної механіки" (Одеса, 12-15 травня 2020 р., – очна участь);
- 13–я Міжнародна науково-технічна конференція молодих науковців та студентів (Мінськ, 15-17 квітня 2020 р., – очна участь);

ДОВІДКИ ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕНЬ



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ БУДІВНИЦТВА ТА АРХІТЕКТУРИ

вул. Дідріхсона, 4, м. Одеса, 65029, тел./факс: (048) 723-69-04, тел. (048) 723-43-53,
E-mail: list@ogasa.org.ua, веб-сайт: www.odaba.edu.ua, код ЄДРПОУ 02071033

29.09.2021 № 45-782

На № _____ від _____

Довідка
про впровадження результатів наукових досліджень

Результати досліджень за дисертаційною роботою здобувача Одеської державної академії будівництва та архітектури Корнійчук Тетяни Сергіївни «Динаміка сталефібробетонних конструкцій» у вигляді методів розрахунку, алгоритмів і програм впроваджені у навчальний процес Одеської державної академії будівництва та архітектури при проведенні лекційних та практичних занять для магістрів з дисциплін «Теорія оболонок» та «Системи автоматизованого проектування CAD/CAE».

Проректор з наукової роботи



Кровяков С.О.

283006

ІНЖЕНЕРНА АКАДЕМІЯ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКЕ ВІДДІЛЕННЯ
НАУКОВО-ВИРОБНИЧИЙ ЦЕНТР
ЕКОСТРОЙ™

ТОВ НВЦ «Екострой», 65023, м. Одеса, вул. Базарна, 120, кв. 11, тел. +38 (048) 726-02-82

АКТ
про впровадження результатів наукових досліджень

Ми, що підписалися нижче: від НВЦ «Екострой» головний інженер Тихонюк С.А., та від Одеської державної академії будівництва та архітектури – проректор з науково-педагогічної роботи, д.т.н., доц. Кровяков С.О., склали даний акт про те, що у 2020-2021рр. в конструкторську практику ТОВ НВЦ «Екострой» впровадженні методи розрахунку, розроблені в дисертації на здобуття наукового ступеня доктора філософії Корнійчук Тетяни Сергіївни на тему: «Динаміка сталевібробетонних конструкцій». Вищеназвані методи розрахунку використовувалися при виконанні конструктивних та перевірних розрахунків при проектуванні нових об'єктів.

**Головний інженер
НВЦ «ЕКОСТРОЙ»**



С.А. Тихонюк